Konkurs matematyczno-informatyczny
KOALA

X edycja

2023

I etap

szkoły podstawowe NIE rozwiązują zadań: 4, 8, 12

© Hanna Kuik

1. Prosimy zapoznać się z regulaminem konkursu, dostępnym na stronie http://koala.poznan.pl/
2. Z organizatorami można się kontaktować, pisząc na adres koala.konkurs@gmail.com. Kontakt jest wskazany zwłaszcza w przypadku wątpliwości co do interpretacji treści jakiegoś zadania.
3. Odpowiedzi do zadań każdej serii prosimy przesyłać w podanym terminie, zgodnie z instrukcją przysłaną kapitanom drużyn.

I seria zadań

do 12 stycznia 2023

1. Wyprawa w góry

Trzy dziewczyny: Ania, Basia i Celina postanowiły spotkać się w domku w górach. Każda z nich wybrała się innym środkiem transportu: samochodem, autobusem, pociągiem. Nie wiadomo, która z dziewczyn na który transport się zdecydowała. Wiemy tylko, że:

- Basia nie jechała samochodem.
- Jeżeli trzecia na miejsce dotarła Basia lub Celina, to jako druga dotarła dziewczyna jadąca autobusem.
- Celina nie jechała autobusem i nie była pierwsza.
- Ania nie jechała pociągiem.
- Dziewczyna, która przyjechała samochodem, nie była trzecia.

W jakiej kolejności dziewczyny dotarły do domku w górach? Podajcie wszystkie możliwości.

W odpowiedzi należy podać pierwsze litery imion dziewczyn, zaczynając od tej, która przyjechała najwcześniej. Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie): ABC, ACB, BAC

2. Wieża koali

Koala układa wieżę. Ma do dyspozycji 4 klocki niebieskie i 4 klocki żółte. Na ile sposobów może ułożyć wieżę ze wszystkich tych klocków tak, aby na żadnej wysokości liczba klocków żółtych (liczymy od dołu) nie przewyższała liczby klocków niebieskich?

Uwaga: Wieża na każdym poziomie ma 1 klocek, a klocki w takim samym kolorze są nierozróżnialne.

Przykład wieży, która **nie spełnia** warunków zadania, bo liczba klocków żółtych przewyższa liczbę niebieskich na poziomie 7:

3. Greg value

The Greg value of a number can be found by adding all the digits in an even position and subtracting all the digits in an odd position. For example, the Greg value of 456832 is

$$(5+8+2)-(4+6+3)=2.$$

A 12-digit number is to be formed by arranging these four cards:

216	432	412	317

What is the largest Greg value that can be obtained? Every card should be used exactly once.

4. Sumy cyfr

Liczbę całkowitą dodatnią nazwijmy sympatyczną, jeśli jest mniejsza od 1000 i jest podzielna przez sumę swoich cyfr. Na przykład sympatyczne są 2 i 629. Na tablicy wypisano w porządku rosnącym wszystkie sumy cyfr liczb sympatycznych. Jaka jest największa z różnic pomiędzy dwiema kolejnymi liczbami na tablicy? Licząc różnicę, odejmujemy mniejszą liczbę od większej.

do 19 stycznia 2023

5. Króliki w kapeluszach

W czterech kapeluszach jest łącznie 13 królików. W jednym ruchu możemy wziąć po jednym króliku z dwóch **różnych** kapeluszy i włożyć je do jednego z dwóch pozostałych kapeluszy. Jaka jest najmniejsza liczba ruchów, po których wszystkie króliki znajdą się w jednym kapeluszu, jeśli na początku:

(a) w pierwszym kapeluszu jest jeden królik, a w ostatnim 12 królików?
(b) w pierwszym kapeluszu jest 7 królików, a w ostatnim 6 królików?

Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie): 13, 5

6. Liczby oktalne

W systemie ósemkowym do zapisu liczb używa się cyfr od 0 do 7, liczby zapisuje się tu jako ciągi cyfr, z których każda jest mnożnikiem kolejnej potęgi liczby będącej podstawą systemu, np. liczba zapisana w dziesiętnym systemie liczbowym jako 100, w ósemkowym przybiera postać 144, gdyż:

$$1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 64 + 32 + 4 = 100.$$

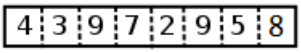
Dla każdej z poniższych liczb zapisanych w systemie ósemkowym rozstrzygnij, czy dzieli się przez 7.

(a) 1234567
(b) 5672345
(c) 4771234

Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie): nie, tak, tak

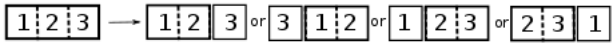
7. Stick

A stick has eight digits on it: 4,3,9,7,2,9,5,8, making up a number 43972958.



The stick can be broken in any four places between digits and the pieces rearranged to make a new number. What is the largest number that could be made?

Example: If we had a stick with three digits: 1,2,3, then with one break it could be broken between the 2 and 3 to make 123 or 312, or between the 1 and 2 to make 123 or 231. (321 is not possible.)



8. Sałatka z eukaliptusa

Talia do gry *Sałatka z eukaliptusa* składa się z 12 kart: 4 białe, 4 zielone i 4 żółte. Na początku gry karty są tasowane i rozkładane na 2 zestawy po 4 odkryte karty, pozostałe karty są odkładane. W trakcie gry kolejno:

(1) Pierwszy gracz wybiera jeden zestaw kart i kładzie przed sobą, niewybrany zestaw trafia do drugiego gracza.
(2) Drugi gracz decyduje, jaki kolor będzie najwyżej punktowany (za 3 punkty).
(3) Pierwszy gracz decyduje, jaki kolor jest najniżej punktowany (za 1 punkt, karta w trzecim kolorze będzie wtedy warta 2 punkty).
(4) Pierwszy gracz bierze do ręki dowolną kartę ze swojego zestawu.
(5) Drugi gracz bierze do ręki dowolną kartę ze swojego zestawu.
(6) Gracze wymieniają się swoimi (zmniejszonymi o jedną kartę) zestawami kart.

Punkty (4), (5) i (6) powtarzają się jeszcze dwa razy i gra się kończy. Ostatnia karta z obu zestawów nie trafia do nikogo. Wynik gracza jest wyliczany jedynie na podstawie najliczniej reprezentowanego koloru na jego ręce. Jeśli gracz ma dwie karty w tym kolorze, wartość ich koloru jest mnożona przez 10, jeśli trzy – przez 100. Na przykład: jeśli gracz ma dwie karty punktowane za trzy i jedną punktowaną za jeden, to jego wynikiem jest 30. W przypadku równej liczby kart w więcej niż jednym kolorze punktowany jest tylko jeden, najcenniejszy kolor. Wygrywa gracz, który ma więcej punktów. Przy równej liczbie punktów jest remis.

Wombat i koala grają w *Sałatkę z eukaliptusa*. Są doskonałymi graczami i nigdy nie popełniają błędów. Wombat zaczyna. Dla każdego z poniższych rozdań zdecyduj, kto wygra (lub czy będzie remis).

(a) pierwszy stos tworzą 4 białe karty, a drugi – 3 zielone karty i 1 żółta karta;
(b) pierwszy stos tworzą: 2 białe karty i 2 zielone karty, a drugi – 2 białe karty i 2 zielone karty;
(c) pierwszy stos tworzą: 4 białe karty, a drugi – 2 żółte karty i 2 zielone karty;

Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie): remis, wombat, koala.

do 26 stycznia 2023

9. Transylwania

W Transylwanii żyją ludzie i wampiry (nie różniące się wyglądem od ludzi). Ludzie tamtejsi zawsze mówią prawdę, zaś wampiry zawsze kłamią. Ponadto część ludzi oraz część wampirów jest obłąkana i są przekonani, że wszystkie zdania fałszywe są prawdziwe, a wszystkie zdania prawdziwe są fałszywe. Na przykład na pytanie „Czy 2+2=4?" zdrowy człowiek odpowie *tak*, człowiek obłąkany – *nie* (bo jest przekonany, że taka jest prawda), zdrowy wampir – *nie* (bo skłamie), obłąkany wampir – *tak* (bo myśli, że jest inaczej, ale tego nie powie). Którzy z mieszkańców Transylwanii mogą wypowiedzieć zdanie „Jestem wampirem."? Podajcie wszystkie poprawne odpowiedzi spośród:

(zc) zdrowy człowiek
(oc) obłąkany człowiek
(zw) zdrowy wampir
(ow) obłąkany wampir

Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie):
zc, ow

10. Tajna wiadomość

Kasia i Rafał przesyłają sobie tajne wiadomości. Wymyślili następujący algorytm szyfrowania:

(1) Najpierw ustalają wspólnie pewne słowo, zwane kluczem szyfrującym.
(2) W tabelkę o wymiarach 5×5 wpisują wszystkie litery alfabetu łacińskiego z wyjątkiem litery Z: ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXY. Litery wpisywane są wierszami od lewej do prawej, od górnego do dolnego wiersza. Najpierw wpisywane są litery z klucza szyfrującego (przy czym jeśli w kluczu pewne litery się powtarzają, to ich kolejne wystąpienia są pomijane), a następnie pozostałe litery zgodnie ze zwykłą kolejnością występowania liter w alfabecie.
(3) Osoba przesyłająca wiadomość najpierw usuwa z niej spacje i znaki interpunkcyjne, a następnie dzieli je na dwuliterowe bloki liter (jeśli liczba liter w wiadomości jest nieparzysta, to na końcu jest dopisywana litera X). Przykładowo, wiadomość *KOCHAM EUKALIPTUSY!* zostałaby podzielona na bloki:
KO CH AM EU KA LI PT US YX.
(4) Każda para liter jest szyfrowana przy użyciu sporządzonej wcześniej tabelki zgodnie z następującymi zasadami:
   - Jeśli obie litery są w tym samym wierszu, to każda z nich jest zastępowana przez literę, która jest bezpośrednio na prawo od niej w tym wierszu, przy czym jeśli jedna z liter jest w ostatniej kolumnie, to zastępujemy ją przez literę z pierwszej kolumny tego samego wiersza.
   - Jeśli obie litery są w tej samej kolumnie, to każda z nich jest zastępowana przez literę, która jest bezpośrednio na dół od niej w tej samej kolumnie, przy czym jeśli jedna z liter jest w ostatnim wierszu, to zastępujemy ją przez literę z pierwszego wiersza tej samej kolumny.
   - Jeśli litery nie są w tej samej kolumnie ani tym samym wierszu, to rozpatrujemy prostokąt, którego dwoma przeciwległymi wierzchołkami są litery z tego bloku. Każdą literę zastępujemy przez literę z drugiego wierzchołka prostokąta znajdującego się w tym samym wierszu, co rozpatrywana litera.
   - Jeśli w naszej parze są dwie takie same litery, to drugą z nich zastępujemy przez X i stosujemy wyżej opisane zasady. Jeśli natomiast para składa się z dwóch liter X, to zastępujemy taką parę również przez dwie litery X.

Kasia i Rafał ustalili, że ich kluczem szyfrującym będzie słowo *Phascolarctos*. Za pomocą tego hasła Kasia zaszyfrowała wiadomość i przesłała Rafałowi następujący ciąg znaków: SPWOFKLGBGIDTGGY. Jak brzmiała wiadomość Kasi przed zaszyfrowaniem? Odpowiedź zapisz jako ciąg liter bez spacji i znaków interpunkcyjnych.

11. Take 4 or 1

Koala and panda are playing a game with a pile of stones. A turn consists of removing exactly 1 or 4 stones from the pile. The aim of the game is to remove the last stone(s) from the pile. Koala and panda are both very good players and never make mistakes. They play four games, with starting piles of 27, 33, 34 and 41 stones. Koala starts first in each game. How many games will he win?

12. Szachownica z kafelków

Z kwadratowych 16 kafelków 2×2, z których każdy składa się z 4 pól, zbudowano szachownicę 8×8. Niektóre pola malujemy na czerwono i taki układ czerwonych pól nazywamy dobrym, jeżeli spełnione są dwa warunki:

- W każdym kafelku jest przynajmniej jedno czerwone pole.
- Dowolne dwa czerwone pola szachownicy są połączone czerwona drogą, to znaczy można się z jednego na drugie dostać w skończonej liczbie kroków, przesuwając się w każdym kroku z pola czerwonego na inne czerwone, sąsiadujące z nim bokiem.

Jaka jest najmniejsza możliwa liczba pól dobrego układu?