

# КОНКУРС МАТЕМАТИЧНО-ІНФОРМАТИЧНИЙ КОАЛА

Х ВИДАННЯ

2023

## I етап

початкових класів НЕ вирішують задачі: 4, 8, 12



© Ганна Куік

1. Будь ласка, ознайомтеся з правилами конкурсу, доступними на сайті <http://koala.poznan.pl/>
2. З організаторами можна зв'язатися, написавши за адресою koala.konkurs@gmail.com, контакт рекомендується особливо в разі сумнівів в інтерпретації змісту будь-якої задачі.
3. Кожна серія складається з чотирьох завдань.
4. Будь ласка, надсилайте відповіді на завдання кожної серії в зазначений час відповідно до інструкцій, надісланими капітанам команд.

I СЕРІЯ ЗАВДАНЬ

до 12 січня 2023

### 1. Подорож в гори

Три дівчини: Аня, Бася і Селіна вирішили зустрітися в будиночку в горах. Кожна з них вибрала інший вид транспорту: автомобіль, автобус, потяг. Невідомо, хто з дівчат який транспорт обрав. Ми знаємо тільки, що:

- Бася не їхала автомобілем.
- Якщо третя прибула на місце Бася або Селіна, то другою прибула дівчина, що їде на автобусі.
- Селіна не їхала на автобусі і не була першою.
- Аня не їхала потягом.
- Дівчина, яка приїхала автомобілем, була не третьою.

В якому порядку дівчата дісталися до будиночку в горах? Випишіть всі можливості.

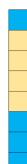
У відповіді слід вказати перші літери імен дівчат, починаючи з тієї, яка приїхала раніше всіх. Приклад запису відповіді (це лише приклад, а не рішення):  
АБС, АСБ, БАС

### 2. Вежа коали

Коала будує вежу. У неї в розпорядженні 4 синіх блоки і 4 жовтих блоки. Скількома способами можна побудувати вежу з усіх цих блоків так, щоб на будь-якій висоті кількість жовтих блоків (ми рахуємо знизу) не перевищувала кількість синіх блоків?

Увага: вежа на кожному рівні має 1 блок, і блоки одного кольору не відрізняються.

Приклад вежі, яка **не відповідає** умовам завдання, оскільки кількість жовтих блоків перевищує кількість синіх на рівні 7:



### 3. Greg value

The Greg value of a number can be found by adding all the digits in an even position and subtracting all the digits in an odd position. For example, the Greg value of 456832 is

$$(5 + 8 + 2) - (4 + 6 + 3) = 2.$$

A 12-digit number is to be formed by arranging these four cards:

216 | 432 | 412 | 317

What is the largest Greg value that can be obtained? Every card should be used exactly once.

### 4. Суми цифр

Назвемо додатне ціле число симпатичним, якщо воно менше 1000 і ділиться на суму його цифр. Наприклад, симпатичними є 2 і 629. На дошці в порядку зростання вписані всі суми цифр симпатичних чисел. Яка найбільша різниця між двома послідовними числами на дошці? Обчислюючи різницю, віднімаємо менше число від більшого.

## 5. Кролики в капелюхах

В чотирьох капелюхах є 13 кроликів. За один хід ми можемо взяти по одному кролику з двох **різних** капелюхів і покласти їх до одного з двох інших капелюхів. Яка є найменша кількість ходів, після яких всі кролики опиняться в одному капелюсі, якщо на початку:

- (a) у першому капелюсі один кролик, а в останньому 12 кроликів?
- (b) у першому капелюсі 7 кроликів, а в останньому 6 кроликів?

Приклад запису відповіді (це лише приклад, не рішення): 13, 5

## 6. Октальні числа

В октальній системі для запису чисел використовуються цифри від 0 до 7, числа записуються тут у вигляді послідовностей цифр, кожна з яких є множником послідовного ступеня числа, що є основою системи, наприклад, число, записане в десятковій системі числення як 100, у вісімковій це буде 144, оскільки:

$$1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 64 + 32 + 4 = 100.$$

Для кожного з поданих чисел, записаних в октальній системі, визначте, чи ділиться воно на 7.

- (a) 1234567
- (b) 5672345
- (c) 4771234

Приклад запису відповіді (це просто приклад, а не рішення): ні, так, так

## 7. Stick

A stick has eight digits on it: 4,3,9,7,2,9,5,8, making up a number 43972958.

4	3	9	7	2	9	5	8
---	---	---	---	---	---	---	---

The stick can be broken in any four places between digits and the pieces rearranged to make a new number. What is the largest number that could be made?

Example: If we had a stick with three digits: 1,2,3, then with one break it could be broken between the 2 and 3 to make 123 or 312, or between the 1 and 2 to make 123 or 231. (321 is not possible.)

→ 











 or 











 or 











 or

## 8. Салат з евкаліпта

Ігрова колода *Салат з евкаліпта* складається з 12 карток: 4 білих, 4 зелених і 4 жовтих. На початку гри карти перемішуються і розкладають на 2 групи по 4 карти сорочкою вгору, решта карт відкладаються в сторону. Під час гри послідовно:

- (1) Перший гравець вибирає одну групу карт і кладе її перед собою, невибрана група переходить до іншого гравця.
- (2) Другий гравець вирішує, який колір матиме найбільшу кількість балів (за 3 бали).
- (3) Перший гравець вирішує, який колір має найменшу кількість балів (за 1 бал, карта третьої масті буде тоді мати 2 бали).
- (4) Перший гравець бере будь-яку карту зі свого набору в руку.
- (5) Другий гравець бере в руку будь-яку карту зі свого набору.
- (6) Гравці обмінюються своїми (зменшеними на одну карту) наборами карт.

Пункти (4), (5), (6) повторюють ще двічі, і гра закінчується. Остання карта обох груп не дістасяється нікому. Результат гравця обчислюється лише на основі найбільш представлена кольору в його руці. Якщо у гравця є дві карти одного кольору, значення їхнього кольору множиться на 10, якщо три, то на 100. Наприклад, якщо у гравця є дві карти по три бали, і одна – на один, його результат дорівнює 30. У разі рівної кількості карт в більше, ніж одному кольорі, зараховується лише одна, найдорожчий колір. Виграє гравець, який набере більше балів. При рівній кількості балів є нічия.

Вомбат і коала грають в *Салат з евкаліпту*. Вони чудові гравці і ніколи не помиляються. Починає вомбат. Для кожної з наступних роздач визначте, хто переможе (або чи буде нічия).

- (a) перша стопка складається з 4 білих карток, а друга стопка складається з 3 зелених карток і 1 жовтої картки;
- (b) перша стопка складається з 2 білих карток і 2 зелених карток, а друга стопка складається з 2 білих карток і 2 зелених карток;
- (c) перша стопка складається з: 4 білих карток, а друга стопка – 2 жовтих карток і 2 зелених карток;

Зразок відповіді (це лише зразок, а не рішення): нічия, вомбат, коала.

### ІІІ СЕРІЯ ЗАВДАНЬ

до 26 січня 2023

#### 9. Трансильванія

У Трансильванії живуть люди і вампіри (не відрізняються виглядом від людей). Люди там завжди говорять правду, а вампіри завжди брешуть. Крім того, деякі люди та деякі вампіри є божевільними і вважають, що всі хибні речення правдиві, а всі правдиві речення хибні. Наприклад, питання "Чи  $2+2=4$ ?" здорована людина скаже *так*, божевільна людина – *ні* (тому що він вірить, що це правда), здоровий вампір – *ні* (тому що він бреше), божевільний вампір – *так* (тому що він думає інакше, але не хоче цього сказати). Хто з жителів Трансильванії може сказати речення «Я вампір?»? Надайте всі правильні відповіді серед:

- (зл) здорована людина
- (бл) божевільна людина
- (зв) здоровий вампір
- (бв) божевільний вампір

Зразок відповіді (це лише зразок, а не рішення):  
зл, бв

#### 10. Секретне повідомлення

Кася та Рафал надсилають один одному секретні повідомлення. Вони придумали наступний алгоритм шифрування:

- (1) Спочатку вони узгоджують певне слово, яке називається ключем шифрування.
- (2) У таблицю  $5 \times 5$  записують усі літери латинського алфавіту, крім букви Z: ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ. Букви вписують рядками починаючи зліва направо, від верхнього нижнього рядка. Спочатку вводяться літери з ключа шифрування (якщо деякі літери повторюються в ключі, їх наступні повторення пропускаються), а потім інші літери в звичайному порядку літер алфавіту.
- (3) Відправник спочатку видаляє з повідомлення пробіли та знаки пунктуації, а потім розбиває його на блоки з двох літер (якщо кількість літер у повідомленні непарна, у кінці додається літера X). Наприклад, повідомлення *KOCHAM EUKALIPTUSY!* поділили би на блоки: KO CH AM EU KA LI PT US YX.
- (4) Кожна пара букв шифрується за попередньо підготовленою таблицею за такими правилами:
  - Якщо обидві літери знаходяться в одному рядку, кожна літера замінюється буквою, яка знаходитьться безпосередньо праворуч у цьому рядку від неї, а якщо одна з літер знаходиться в останньому стовпчику, ми замінюємо її літерою в першому стовпчику того ж рядка.

- Якщо обидві літери знаходяться в одному стовпчику, кожна літера замінюється буквою, що стоїть безпосередньо під нею в тому ж стовпчику, а якщо одна з літер знаходиться в останньому рядку, ми замінюємо її літерою в першому рядку цього стовпця.
- Якщо літери знаходяться не в одному стовпці або рядку, ми розглядаємо прямоугутник, дві протилежні вершини якого є літерами з цього блоку. Замінюємо кожну літеру на літеру з другої вершини прямоугутника, яка знаходиться в тому ж рядку, що й дана літера.
- Якщо в нашій парі є дві однакові літери, ми замінюємо другу букву на X і застосовуємо правила, описані вище. Якщо, наприклад, пара складається з двох літер X, то таку пару також замінюємо двома літерами X.

Кася та Рафал вирішили, що їхнім ключем шифрування буде слово *Phascolarctos*. За допомогою цього пароля Кася зашифрувала повідомлення та надіслала Рафалу наступний рядок знаків: SPWOFKLGBGIDTGGY. Яке було повідомлення Касі до шифрування? Напишіть свою відповідь у вигляді рядка літер без пробілів і розділових знаків.

#### 11. Take 4 or 1

Koala and panda are playing a game with a pile of stones. A turn consists of removing exactly 1 or 4 stones from the pile. The aim of the game is to remove the last stone(s) from the pile. Koala and panda are both very good players and never make mistakes. They play four games, with starting piles of 27, 33, 34 and 41 stones. Koala starts first in each game. How many games will he win?

#### 12. Шахівниця з плиток

З 16 квадратних плиток  $2 \times 2$ , кожна з яких складається з 4 поля, збудували шахівницю  $8 \times 8$ . Деякі поля фарбуємо у червоний колір, і таке розташування червоних полів називається хорошим, якщо виконуються дві умови:

- Кожна плитка має принаймні одне червоне поле.
- Будь-які два червоних поля шахової дошки з'єднані червоною доріжкою, тобто від одного до іншого можна потрапити за скінченну кількість кроків, переміщаючись кожним кроком від червоного поля до іншого червоного поля, що прилягає до нього збоку.

Яка найменша можлива кількість полів хорошого макета?