



© Hanna Kuik

КОНКУРС МАТЕМАТИЧНО-ІНФОРМАТИЧНИЙ КОАЛА

Х видання

ІІ етап

початкових класів НЕ вирішують задачі: 7, 8

21 лютого 2023

1. Час на задавання питань: перші 30 хвилин.
2. Рішення кожного завдання просимо написати польською або українською мовою, **на різних аркушах паперу**.
3. Будь ласка, підпишіть кожен аркуш рішення назвою команди.
4. **Відповідь без обґрунтування не є рішенням.** Чим більше коментарів, тим краще.
5. За вирішення кожного завдання можна отримати від 0 до 10 балів.
6. Час роботи – 120 хвилин.

1. Bills

I have 7 distinct dollar bills, each of which is a distinct positive integer denomination of \$50 or less (we assume any denomination is possible). Using these bills, I can buy anything that costs an integer amount between \$1 and \$60 (inclusive) in exact change. What is the least possible value of the largest denomination of these 7 bills (in dollars)? Remember to justify that smaller denomination is not possible.

2. Трансильванія II

У Трансильванії живуть люди і вампіри (не відрізняються виглядом від людей). Люди там завжди говорять правду, а вампіри завжди брешуть. Крім того, деякі люди та деякі вампіри є божевільними і вважають, що всі хибні речення правдиві, а всі правдиві речення хибні. Наприклад, питання “Чи $2+2=4$?” здорована людина скаже *так*, божевільна людина – *ні* (тому що він вірить, що це правда), здоровий вампір – *ні* (тому що він бреше), божевільний вампір – *так* (тому що він думає інакше, але не хоче цього сказати).

Як за допомогою одного питання (на яке відповідь *так* чи *ні*):

- (а) дізнатися у Трансильванця, чи вампір він?
- (б) з'ясувати у Трансильванця, чи божевільний він вампір?

3. Вінарний острів коали

Ведмеді коали Антек і Бартек живуть на острові Бінарний. Повідомлення на цьому острові є двійковим рядком довжини 2, тобто можливі повідомлення такі: 00, 01, 10, 11. Мешканці використовують спеціальні смужки паперу для передачі повідомлень, на яких можна написати двійкові рядки довжиною 6. На жаль, папір на острові пошкоджено - на кожній смужці залишилося написано навмання один біт. Наприклад:

			1		
--	--	--	---	--	--

 або

0					
---	--	--	--	--	--

Перед тим, як відправити повідомлення, відправник бачить цей біт і заповнює решту (кожен квадрат на смужці повинен містити одну цифру – 0 або 1). Одержанувач не знає, де або який біт було надруковано першим. Ведмеді Антек і Бартек хотіли б розробити схему, яка дозволить їм надсилати повідомлення між собою таким чином, щоб одержанувач завжди міг правильно прочитати повідомлення, надіслане йому відправником, тобто знов, який двобітовий рядок хотів відправник надіслати йому. Допоможіть ведмедям розробити систему спілкування. Опишіть, як кодувати повідомлення на смужці та як його декодувати.

Відправник не може робити нічого на смужці, окрім до заповнювати квадрати бітами.

4. Карти

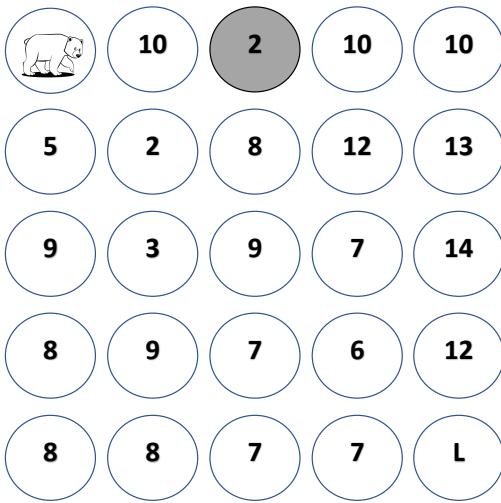
У нас є 12 карт, по три різних: тузи, королі, дами та валети. Ми роздаємо по три карти двом гравцям, Касі та Рафалу. Скільки можливих роздач, у яких кожному гравцеві роздають пару карт з однаковою мастию (знак) і третю картку з іншою мастию? Наприклад, перший гравець отримає двох тузів і короля, а другий гравець отримає два валета і даму.

Роздачі вважаємо різними, якщо хоча б один гравець отримає інший набір карт. Ми не беремо до уваги порядок, у якому були роздані карти. Пам'ятаємо, що всі картки різні.



5. Крижина

Білій ведмідь ловив рибу і зараз пливе на крижині, позначеній на малюнку із зображенням ведмедика. На жаль, ця крижина тане і за мить потоне, а вода крижана. Тому ведмідь, бажаючи уникнути можливості скватися, повинен стрибати з однієї крижини на іншу (вертикально чи горизонтально). На щастя, крижини пливуть дуже близько одна до одної, і кожен стрибок займає 1 секунду. Проблема полягає в тому, що інші крижини також можуть розтопитися і потонути. Однак ведмідь знає, коли наступна крижина ось-ось потоне - на схемі нижче цифри позначають час у секундах, доки крижина затоне. Час відраховується з моменту виходу тварини з кола із зображенням ведмедика.



Наприклад, ведмідь не зможе дійти до заштрихованої на картинці крижини, тому що це займе 2 секунди, а за цей час крижина може потонути. Яка найменша кількість стрибків на послідовних крижинах дозволяє ведмедю досягти крижини, позначеної літерою L? Не забудьте обґрунтувати, що меншої кількості стрибків недостатньо.

6. Гра багатокутника

Дано вершини правильного 2022-кутника. Хід у грі полягає в малюванні відрізка, що з'єднує 2 вершини цього багатокутника. Відрізок не може перетинати вже накреслені відрізки, але може мати з ними спільну вершину. Не можна також намалювати один і той же відрізок двічі. Тигр і лев роблять ходи по черзі, тигр починає. Програє той, хто не може зробити хід. Тигр і лев відмінні гравці і ніколи не помиляються. Хто виграє? Опишіть виграну стратегію, тобто спосіб гри, який гарантує перемогу, і обґрунтуйте, що це справді виграна стратегія.



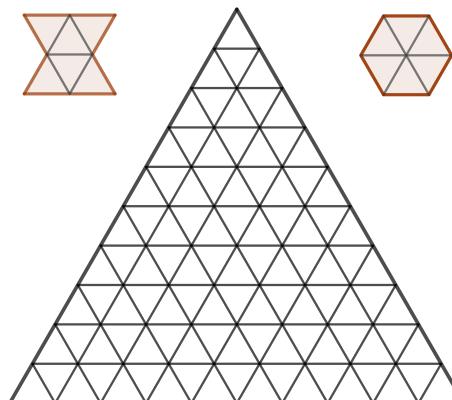
7. Кролики в капелюхах II

В чотирьох капелюхах є 13 кроликів. За один хід ми можемо взяти по одному кролику з двох **різних** капелюхів і покласти їх до одного з двох інших капелюхів. Чи незалежно від початкової ситуації, виконуючи такі рухи, ми можемо зробити так, щоб усі кролики опинилися в одному капелюсі? Обґрунтуйте свою відповідь.



8. Витинанка

Рівносторонній трикутник зі стороною 10 покритий сіткою рівносторонніх трикутників зі стороною 1, як показано нижче на рисунку.



Павло вирішив вирізати якомога більше фігур, кожна з яких є або правильним шестикутником зі стороною 1, або іншою з запропонованих фігур, які знаходяться поруч із трикутником.

У кожному з наступних речень замініть крапки пропонованими числами так, щоб речення було правильним. Поясніть, чому саме твердження вірне.

- (а) Павло може вирізати ... фігур(-и).
(б) Павло не може вирізати ... фігур(-и).

Чим більше число ви зможете знайти (і обґрунтувати) у (а), тим краще. Чим менше число ви можете знайти (і обґрунтувати) у (б), тим краще.

Увага: Павло може вирізати лише вздовж ліній сітки.
Ви можете обертати запропоновані фігури.