



# KONKURS MATEMATYCZNO-INFORMATYCZNY KOALA

XI EDYCJA

## finał dla szkół podstawowych

19 KWIETNIA 2024

- Czas na zadawanie pytań: pierwsze 30 minut.
- **Odpowiedź bez uzasadnienia nie jest rozwiązaniem.** Im więcej komentarzy, tym lepiej.
- Czas pracy to 120 minut. Powodzenia!

### 1. Trójki, szóstki i dziewiątki

Wszystkie liczby całkowite od 1 do 9 mogą zostać rozmieszczone na planszy 3 x 3 (jak pokazano na diagramie, każda litera oznacza inną cyfrę) w taki sposób, aby suma liczb w każdym rzędzie, w każdej kolumnie i na każdej przekątnej była wielokrotnością 9.

A	B	C
D	E	F
G	H	I

- Podaj przykład prawidłowego wypełnienia diagramu z 6 w środku.
- Udowodnij, że liczba znajdująca się w samym środku diagramu (oznaczona na diagramie przez E) musi być wielokrotnością 3.

### 2. Eukaliptusowa odliczanka

Koalowa mama wymyśliła dla swoich dzieci - bliźniaków Antka i Bartka grę. Do gry przygotowała gałązkę z drzewa eukaliptusowego z 30 liśćmi.

Zadanie polega na odrywaniu liści eukaliptusa z gałązki. Każdy z graczy w każdym swoim ruchu musi oderwać jeden, dwa, trzy albo cztery liście (sam decyduje o tym, ile liści oderwie). Następnie podaje gałązkę przeciwnikowi. Liczba oderwanych w danym ruchu liści jest jawna dla obu graczy. Gracz, który będzie musiał oderwać ostatni liść z gałązki przegrywa.

Grę rozpoczyna Antek. Czy któryś z bliźniaków jest w stanie sterować **przebiegiem gry tak, aby zapewnić sobie zwycięstwo, niezależnie od tego, co zrobi jego brat?** Odpowiedź uzasadnij.

### 3. Lilie wodne

Wiadomo, że liczba lilii wodnych na jeziorze podwaja się każdego dnia.

Od pojawienia się pierwszej lilii w ciągu 20 dni całe jezioro zostanie pokryte kwiatami, tak że trudno będzie w ogóle dostrzec tafel wody z pobliskiego wzgórza. Ile dni trzeba na pokrycie jeziora kwiatami od dnia, w którym można policzyć, że kwiatów jest więcej niż 50, ale mniej niż 100?

### 4. Skarbnik

Tylko jeden z chłopców: Adaś, Bartek, Czarek, Daniel jest skarbnikiem.

Dokładnie jeden z nich zawsze mówi prawdę, pozostali zawsze kłamią.

Nauczyciel zapytał, który z nich jest skarbnikiem?

Adaś odpowiedział: Daniel jest skarbnikiem.

Bartek powiedział: Ja nie jestem skarbnikiem.

Czarek stwierdził: Ja nie jestem skarbnikiem.

Daniel powiedział: Czarek jest skarbnikiem.

Kto jest skarbnikiem? Uzasadnij swoją odpowiedź.

### 5. Psy na spacerach

Każda z dziewięciu dziewcząt bierze swojego psa na spacer w każdy z kolejnych czterech dni. Spacerują po trzy według takiej zasady, że żadne dwie dziewczęta nie pojawią się więcej niż raz w tej samej trójce.

Uzupełnij poniższą tabelę – przykładowy harmonogram spacerów.

dzień 1			
dzień 2			
dzień 3			
dzień 4			

### 6. Pobudka Koali

Koala obudził się o godzinie, która jest sumą czasu pozostającego do południa i 10/17 czasu jaki upływa od północy.

Wyznacz godzinę, o której obudził się Koala z dokładnością do minuty.

### 7. Chłopcy z mojej klasy

W klasie jest 20 chłopców. Czternastu ma niebieskie oczy, dwunastu – ciemne włosy, jedenastu to jedynacy, a dziesięciu lubi hokej na trawie.

Do ilu co najmniej i do ilu co najwyżej chłopców pasują wszystkie powyższe cechy?

## 8. Trzy liczby trzycyfrowe

Trzy misie koala: miś Adaś, miś Bartek i miś Darek znalazły 9 sześciennych drewnianych klocek podpisanych cyframi od 1 do 9. Każdy klocek miał napisaną inną cyfrę. Misie wzięły po 3 klocki i ułożyły (każdy ze swoich klocków) liczby trzycyfrowe. Misie zaobserwowały, że liczba utworzona przez Darka jest trzy razy większa od liczby ułożonej przez Bartka, a liczba Bartka jest pięć razy mniejsza od liczby ułożonej przez Adasia. Jakie liczby trzycyfrowe ułożył każdy z misiów? Uzasadnij, że to jedyna możliwość.

## 9. Eksperyment

Ania i Piotr uwielbiają eksperymenty matematyczne. Rozłożyli 25 kart do gry w Piotrusia, jedna obok drugiej, koszulkami do góry:

R R

Ania odkryła co drugą kartę z szeregu (2. kartę, 4. kartę, 6. kartę itd. ).

R A R A R A R A R A R A R A R A R A R A R A R A R A R A R

Następnie Piotr zmieniał strony co trzeciej karty, począwszy od 3. W szeregu – kartę połączoną koszulką do góry kładł odkrytą, a jeśli karta była odkryta (przez Anię), to kładł ją koszulką do góry.

R A A A R R R A A A R R R A A A R R R A A A R R R

Z kolei Ania przystąpiła do zmiany strony (awers – rewers) co czwartej karty, począwszy od 4. karty w szeregu.

R A A R R R R R A A R A R A A R R R R R A A R A R

Swój eksperyment kontynuowali: zmieniali strony co piątej karty z szeregu, później co szóstej karty, itd.

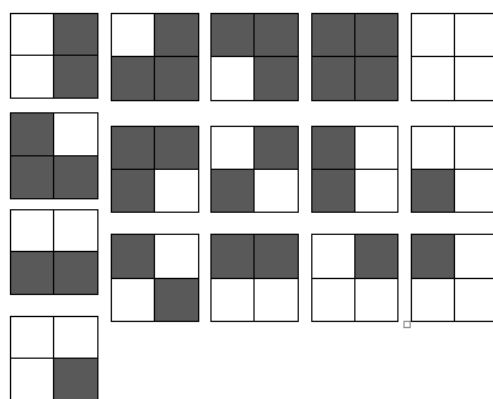
W ostatnim etapie Ania zmieniła stronę wyłącznie 25. karty w szeregu.

a. Jak wówczas wygląda szereg kart? Które są położone odkryte, a które położone koszulką do góry?

b. Jak wyglądałby szereg kart po wykonaniu podobnego eksperymentu z talią 52 kart? Odpowiedź uzasadnij.

## 10. Gra na kwadratach

W grze używa się 16 kart przedstawionych poniżej.



Celem gry jest odpowiednie ułożenie jak największej liczby spośród tych kart na polach planszy 4 x 4 (po jednej na pole) – karty muszą być dopasowane kolorami przy krawędzi pól, tzn. jasna część karty nie może graniczyć z ciemną.

Karty można obracać. Nie wolno dwa razy używać tej samej karty.

Uwaga. Niepoprawne ułożenie dwóch kart jest przedstawione poniżej po lewej. Poprawne ułożenie tych dwóch kart (po obrocie) jest przedstawione po prawej.



Ułóż poprawnie jak największą liczbę kart. Da się ułożyć ich nawet 16.

