

KONKURS MATEMATYCZNO-INFORMATYCZNY KOALA

XII EDYCJA

2025

I etap



© Hanna Kuik

1. Prosimy zapoznać się z regulaminem konkursu, dostępnym na stronie <http://koala.poznan.pl/>
2. Z organizatorami można się kontaktować, pisząc na adres koala.konkurs@gmail.com. Kontakt jest wskazany zwłaszcza w przypadku wątpliwości co do interpretacji treści jakiegoś zadania.
3. Każda seria składa się z czterech zadań, ale **szkoły podstawowe NIE rozwiązują zadań 4, 8, 12.**
4. Odpowiedzi do zadań każdej serii prosimy przysyłać w podanym terminie, zgodnie z instrukcją przysланą kapitanom.

I SERIA ZADAŃ

do 14 stycznia 2025

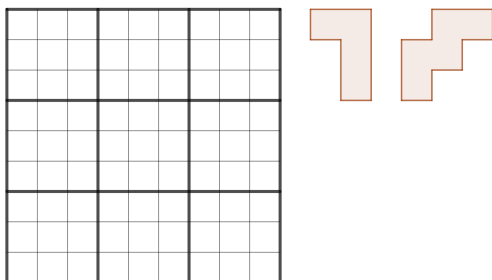
1. Pancakes

Four couples: Adamsy, Bieńkowscy, Cysterscy and Diegniewscy had dinner and they ate total of 44 pancakes. Anna ate 2, Bożena ate 3, Carmen 4, and Diana 5. Mr Adamski ate the same amount as his wife, Mr Bieńkowski ate twice as much as his wife and Mr Cysterski ate three times more than his wife, and Mr Diegniewski four times more than Mrs Diegniewska. We would like to find the name and surname of each wife. Give the names of Mrs Adamska, Mrs Bieńkowska, Mrs Cysterska and Mrs Diegniewska in this order.

Example (this is just an example, not a solution): If you think that the wives full names are Mrs Anna Adamska, Mrs Bożena Bieńkowska, Mrs Carmen Cysterska and Mrs Diana Diegniewska, then your answer should be written in the form: Anna, Bożena, Carmen, Diana.

2. Gra w stemple

W grze w stemple gracz na kwadratowej planszy 9×9 podzielonej na 9 kwadratów 3×3 (patrz rysunek) odciska po kolei wybrane przez siebie pieczątki przedstawione na rysunku (widać kształt jaki pieczątki zostawia na planszy). Pieczątkę można postawić tylko na samych niezamalowanych wcześniej polach, każdej pieczątki można użyć dowolnie wiele razy. Pieczątki można obracać. W momencie zapełnienia któregoś z obszarów — wiersza, kolumny lub jednego z 9 kwadratów zaznaczonych na rysunku — jest on czyszczony. Jednoczesne zapełnienie więcej niż jednego obszaru kończy grę, a wynik gry stanowi liczba jednocześnie zapełnionych obszarów. Jaki najwyższy wynik można uzyskać w tej grze?



3. Ciemny tunel

Przez wąski tunel mogą przejść tylko dwie osoby jednocześnie. Przed wejściem do tego tunelu stoją cztery osoby: sportowiec, tata, babcia i dziadek. Wiemy, że:

- sportowiec pokonuje drogę przez tunel w ciągu jednej minuty;
- tata pokonuje tę trasę w ciągu dwóch minut;
- babcia potrzebuje na to pięć minut;
- dziadek potrzebuje całych sześciu minut.

Tunel jest ciemny i nie można w nim przebywać bez latarki (niezależnie od tego, czy dana osoba się przemieszcza, czy tylko stoi w miejscu). Ponieważ osoby te mają tylko jedną latarkę, trzeba ją za każdym razem zanosić z powrotem do osób czekających przed wejściem do tunelu. Zakładamy też, że jeśli dwie osoby idą tunelem, to idą wspólnie i tempo jest wyznaczone przez wolniejszą osobę.

W jakim najkrótszym czasie wszystkie osoby mogą przedostać się na drugą stronę tunelu? Jako odpowiedź podajcie liczbę minut.

4. Długa liczba (Zadanie tylko dla szkół średnich)

Dwa misie koala nudziły się podczas lekcji i wymyśliły bardzo długą liczbę N składającą się z 1999 cyfr. Za-uważyły, że gdyby każdą parę kolejnych cyfr w liczbie N traktować jako liczbę dwucyfrową, to każda taka liczba dwucyfrowa byłaby albo wielokrotnością 17, albo wielokrotnością 23. Obliczyły też, że suma cyfr liczby N wynosi 9599. Znajdźcie dziesięć ostatnich cyfr liczby N .

5. Sunbathing

In the picture below, the arrows show the direction of the sea waves in each square. Anne takes a floating mattress and swims to one of the 35 squares other than the one with the Square Island. Then she climbs on the mattress and begins to sunbathe, letting the waves push her forward. How many squares can she swim to in the beginning if she wants to eventually float to the Square Island?

↑	↓	→	→	↑	↑
→	↓	↑	↓	←	↑
→	→	↑	↓	←	↑
↓	→	↓	Square Island	←	↑
→	→	↑	↓	←	↑
↓	→	→	↓	↓	←

6. Tajemnicze słowa

W pewnym tajnym języku występują słowa Amad, Basza, Czata, Deta i Elak. Ustalono, że:

- Każde z tych słów ma tylko jedno znaczenie i każde z nich jest inne od pozostałych.
- Jedno z trójki słów Amad, Czata, Deta oznacza deltoid, inne trójkąt, a jeszcze inne koło.
- Nieprawdą jest, że jeżeli Amad oznacza koło, to Basza oznacza deltoid.
- Jedno ze słów Elak i Czata oznacza trójkąt, a drugie romb.
- Jedno z tych słów oznacza kwadrat.

Ustalcie, co oznacza każde ze słów. Podajcie kolejno, co oznaczają słowa Amad, Basza, Czata, Deta i Elak.

Przykład (to tylko przykład, nie rozwiązanie): Jeśli sądzić, że Amad to deltoid, Basza to trójkąt, Czata to koło, Deta to romb, a Elak to kwadrat, to odpowiedź zapiszcie w postaci: deltoid, trójkąt, koło, romb, kwadrat.

7. Wyrównywanie liczb

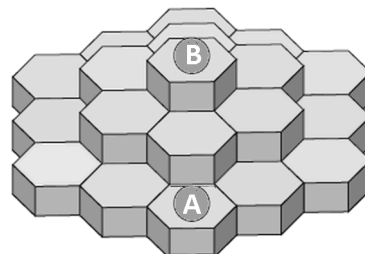
Macie dwie różne liczby naturalne: lewą i prawą. W każdym ruchu możecie wybrać dodatnią liczbę naturalną n i jedną z liczb pomnożyć przez n , a do drugiej liczby dodać n . Waszym celem jest sprawić, by po pewnej liczbie ruchów lewa liczba była równa prawej. Podajcie najmniejszą liczbę ruchów potrzebną do wyrównania następujących par liczb:

- 2 i 25;
- 3 i 25;
- 5 i 25.

8. Kopiec (Zadanie tylko dla szkół średnich)

Ogrodnik z sześciokątnych płyt betonowych przygotował 3-piętrowy kopiec, jak na rysunku. Zakładamy, że z danej płyty można przejść tylko na jedną z sąsiednich płyt na tym samym poziomie lub poziomie wyżej i na żadnej z płyt nie wolno stanąć dwukrotnie.

- Na ile sposobów można przejść z płyty A do B?
- Założmy, że ogrodnik dobudował jeszcze dwa piętra kopca poniżej tych przedstawionych na rysunku w analogiczny sposób, jak budował wyższe piętra. Na ile sposobów można wówczas wybrać jedną z płytek na najniższym (piątym) piętrze i przejść z niej do płyty B?



do 11 lutego 2025

9. Computer glitch

A computer sends some strings of ♥s and ♠s over the internet. However, during transmission sometimes glitches can happen and from that point all of the ♥s become ♠s and all of the ♠s become ♥s. One of the strings sent before being transmitted contained 12 ♥s and 12 ♠s. After transmission it contained 10 ♥s and 14 ♠s as shown below.

♠♠♥♥♥♠♠♠♠♥♥♥♠♥♥♥♥♠♠♠♠

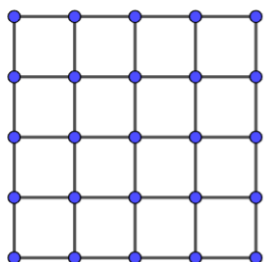
We know that during that transmission exactly two glitches happened, both before the last character was sent. Let N be the number of pairs of places (i, j) with $i < j$, where the glitches could have happened. What is the value of N ?

Example: Imagine we want to send a string ♠♠♠♥♥♥♥, but two glitches happen: at the first and sixth place. Then after the transmission the string would look like that: ♥♥♥♥♠♠♥♥.

10. Ukryty skarb

Poniżej dana jest mapa pewnego miasteczka, na której odcinkami zaznaczono ulice, a kropkami skrzyżowania. Na jednym z tych skrzyżowań panda ukryła skarb. Koala chce odnaleźć ten skarb. W tym celu, raz na godzinę może wybrać dwa skrzyżowania i zapytać pandę, które z nich jest bliżej skrzyżowania z ukrytym skarbem. Panda musi zawsze odpowiedzieć na takie pytanie zgodnie z prawdą, przy czym jeśli oba skrzyżowania podane przez koalę są tak samo blisko skarbu, to panda może wskazać dowolne z nich. Ile pytań musi zadać koala, aby znaleźć skarb pandy? Podajcie najmniejszą możliwą liczbę, która wystarczy niezależnie od tego, gdzie został ukryty skarb.

Uwaga! Przez odległość skrzyżowania od skarbu rozumiemy minimalną liczbę odcinków ulic, przez które należy przejść, aby dotrzeć z tego skrzyżowania do skarbu. Zakładamy, że wszystkie te odcinki mają taką samą długość.

**11. Cecha liczby**

Dana jest liczba rzeczywista x . Oznaczmy przez $[x]$ największą liczbę całkowitą, która nie jest większa od x (np. $\left[\frac{7}{3}\right] = 2$, $\left[-\frac{1}{2}\right] = -1$, $[6] = 6$). Podajcie, ile jest liczb całkowitych dodatnich mniejszych lub równych 2024, które spełniają równanie:

$$\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{4}\right] + \left[\frac{n}{6}\right] = \frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{4} + \frac{n}{6}.$$

12. Bilety kolejowe (Zadanie tylko dla szkół średnich)

W przedziale 1 klasy w pociągu pokonującym trasę Warszawa-Poznań (jadącym kolejno przez Łowicz, Kutno, Koło, Konin i Wrześnię) jest 6 ponumerowanych miejsc (i są to wszystkie miejsca 1 klasy w tym pociągu). W momencie zakupu system przydziela pasażerowi miejsce o najniższym numerze dostępne na całym żądanym odcinku. Pasażerowie chcą kupić następujące bilety na 1 klasę:

- Alicja na trasę Warszawa-Poznań;
- Bartek na trasę Łowicz-Poznań;
- Celina na trasę Warszawa-Kutno;
- Dawid na trasę Kutno-Poznań;
- Ela na trasę Warszawa-Koło;
- Filip na trasę Koło-Poznań;
- Grażyna na trasę Warszawa-Konin;
- Heniek na trasę Konin-Poznań;
- Iga na trasę Warszawa-Września.

Dla ilu różnych kolejności zakupu biletów przez tych pasażerów system każdemu przydzieli miejsce siedzące w 1 klasie?