

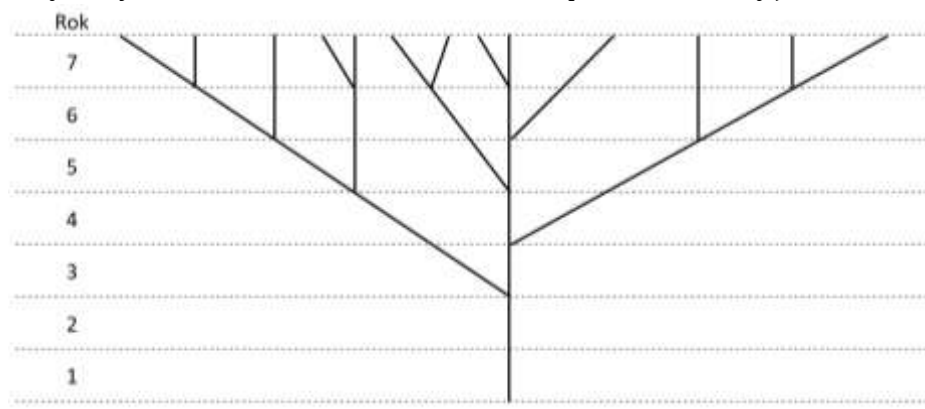
XII edycja Konkursu matematyczno-informatycznego Koala.
Finał dla szkół podstawowych

Zadanie 1. Liczba 50-cyfrowa

Zapisz 50-cyfrową liczbę 11 111 111 111 111 111 111 111 112 222 222 222 222 222 222 222 222 222 w postaci iloczynu czterech liczb całkowitych większych od 1. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Drzewo

Każdy pęd drzewa przez dwa lata rośnie, a następnie od dojrzałego pędu corocznie wyrasta nowy pęd. Liczba pędów w początkowych siedmiu latach wzrostu drzewa przedstawia się, jak na schemacie:

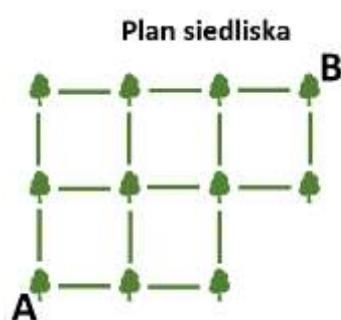


Roczny odcinek każdego pędu ma długość 1 m.

Wyznacz sumę długości wszystkich pędów po 15 latach. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 3. Spotkanie

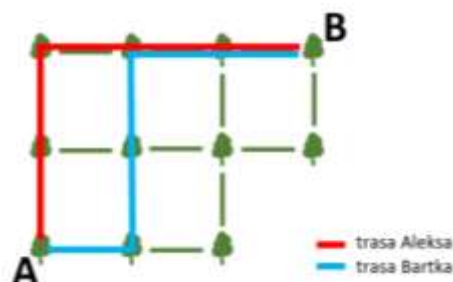
Plan (rysunek poniżej), przedstawia rozmieszczenie drzew eukaliptusowych oraz drózek je łączących. Wszystkie dróżki pomiędzy sąsiadującymi drzewami mają tę samą długość.



Aleks i Bartek mieszkają na drzewach oznaczonych A i B. Pewnego dnia koale zeszły w tym samym momencie z drzew, kierując się do domu przyjaciela jedną z najkrótszych dróg. Misie szły z taką samą prędkością.

- Ile jest różnych schematów podróży przyjaciół przez siedlisko?
 - Ile wśród tych schematów jest takich, że koale mijają się na tej samej dróżce?
- Odpowiedź uzasadnij.

Przykładowy schemat podróży:



Zadanie 4. Dwunaste urodziny

Na 12. urodziny Kasia upiekła siedmiopiętrowy tort przypominający stożek. Dziewczynka piekła piętra tortu w kolejności od piętra o największej średnicy do piętra o najmniejszej średnicy i kładła je kolejno na talerzu. Zanim przystąpiła do dekorowania tortu, przypomniała sobie, że tort trzeba przełożyć na specjalny talerz. Aby nie uszkodzić wypieków, Kasia musi użyć dodatkowych talerzy i przekładać piętra tortu po jednym na raz, pamiętając by w żadnym momencie piętro o większej średnicy nie znalazło się na piętrze o mniejszej średnicy.

Pokaż, jak najszybciej przełożyć tort na docelowy talerz, mając możliwość użycia dwóch dodatkowych talerzy.

Zadanie 5. Kulki

Mamy 1330 stalowych identycznych kulek, ułożonych w czworościenny stos, z jedną kulą na górze, trzema kulami w drugiej warstwie od góry, sześcioma w trzeciej warstwie od góry, dziesięcioma kulami w czwartej itd. Sposób ułożenia kul w czterech górnych warstwach pokazano na rysunku.

Oblicz, z ilu warstw składa się ten stos. Odpowiedź uzasadnij.



Zadanie 6. Szyfrogram

Znaleziono szyfrogram: LÓU TJ_ NZK_ CFEB H_TĆJĘ

Niestety niektóre litery są nieczytelne – co zaznaczono za pomocą „_”.

Jaki tekst zaszyfrowano? Odpowiedź uzasadnij.

Uwaga.

W tekście jawnym dana litera została zastąpiona inną literą polskiego alfabetu o 32 literach:

A, A, B, C, Ć, D, E, E, F, G, H, I, J, K, L, Ł, M, N, Ń, O, Ó, P, R, S, Ś, T, U, W, Y, Z, Ż, Ż

Zadanie 7. Gra na kwadracie

Spośród 36 zapisanych w kwadratowej tablicy wybierz sześć liczb w taki sposób, że żadne dwie wybrane liczby nie mogą znajdować się ani w tym samym wierszu, ani w tej samej kolumnie.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

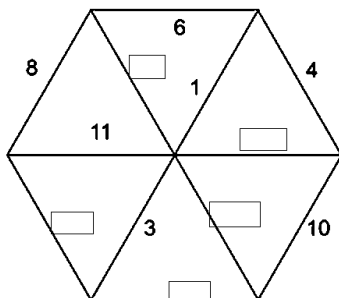
Jaką największą sumę sześciu liczb możesz uzyskać, wybierając liczby w opisany sposób? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 8. Suma zegarowa

Niech zapis $a +_{12} b$ oznacza sumę zegarową dwóch liczb a i b , czyli resztę z dzielenia sumy $a + b$ przez 12. Na przykład $7 +_{12} 8 = 3$, gdyż reszta z dzielenia sumy $7 + 8$ przez 12 to 3.

Przyjmujemy, że suma zegarowa trzech liczb $a +_{12} b +_{12} c$, jest równa sumie $(a +_{12} b) +_{12} c$.

Na przykład $7 +_{12} 8 +_{12} 7 = (7 +_{12} 8) +_{12} 7 = 3 +_{12} 7 = 10$.



Pokaż przykładowe rozmieszczenie liczb 0, 2, 5, 7, 9 przy krawędziach tak, aby wszystkie sześć sum zegarowych liczb przy krawędziach trójkątów były równe.

Zadanie 9. Książki

Ania, Bolek, Czesiu, Darek, Ela i Filip przynieśli do szkoły powieści, by się nimi wymienić.

Na podstawie poniższych informacji rozstrzygnij, kto pożyczył książkę od Ani:

Książka pożyczona przez Anię należy do osoby, która pożyczyła książkę od Bolka.

Książka pożyczona przez Czesia należy do osoby pożyczającej książkę od osoby pożyczającej książkę od Darka.

Książka pożyczona przez Filipa nie należy do osoby pożyczającej książkę od Eli.

Zadanie 10. Schody



Wicek i Wacek wchodzili po ruchomych schodach jadących w górę.

Wicek w czasie jazdy stąpał na co drugi stopień schodów. Na szczycie schodów był po postawieniu stóp na 8 stopniach. Wacek podnosił stopy równie często, ale szedł stopień po stopniu i zrobił 10 kroków, gdy dotarł na szczyt schodów.

Ile stopni schodów widzą chłopcy, gdy schody są nieruchome?

Odpowiedź uzasadnij.

Uwaga. Rysunek przedstawia schody o innej liczbie stopni.