

KONKURS MATEMATYCZNO-INFORMATYCZNY KOALA

XIII EDYCJA

2026

I etap



© Hanna Kuik

1. Prosimy zapoznać się z regulaminem konkursu, dostępnym na stronie <http://koala.poznan.pl/>
2. Z organizatorami można się kontaktować, pisząc na adres koala.konkurs@gmail.com. Kontakt jest wskazany zwłaszcza w przypadku wątpliwości co do interpretacji treści jakiegoś zadania.
3. Serie są **dwie**, każda składa się z pięciu zadań, ale **szkoły podstawowe NIE rozwiązują zadań 5, 10**.
4. Odpowiedzi do zadań każdej serii prosimy przysyłać w podanym terminie, zgodnie z instrukcją przysланą kapitanom.

I SERIA ZADAŃ

do 13 stycznia 2026

1. Przystawianie w grupach

Szyfrowanie w grupach n -literowych polega na tym, że najpierw z tekstu usuwamy spacje i znaki interpunkcyjne, a potem każde n kolejnych liter tekstu przestawiamy w taki sam sposób. Przykładowo, tekst

NIE IDE DZIS, J, DO SZKOŁY X

można zaszyfrować w grupach 4-literowych, uzyskując kryptogram

IINEZEDDDSIJKSOZXLOY

Zastosowano tu schemat „4213”, w którym cyfry oznaczają pozycję znaku w grupie w tekście jawnym. Ze wspomnianego tekstu nie można byłoby szyfrowaniem w grupach 4-literowych otrzymać na przykład

NIIEDEZDISDJOSKZLOYX

bo ostatnia czwórka liter została przestawiona inaczej niż poprzednie.

Pewien tekst w języku polskim, językowo poprawny, zaszyfrowano w grupach n -literowych, dla pewnego n i otrzymano taki kryptogram:

AJWTLAKAOAJTNOSZLPENKYOKWPUSRCEOSL

Jaki tekst zaszyfrowano? Wystarczy jedno rozwiązanie.

W odpowiedzi pomińcie znaki interpunkcyjne i spacje.

2. Iloczynny

Mamy liczby: 25, 28, 35, 36, 45, 54, 56, 81.

Stwórzcie przykładowy ciąg ośmiu par liczb naturalnych większych od 1:

$(a, b), (b, c), (c, d), (d, e), (e, f), (f, g), (g, h), (h, i)$

w taki sposób, by wszystkie iloczyny:

$a \cdot b, b \cdot c, c \cdot d, d \cdot e, e \cdot f, f \cdot g, g \cdot h, h \cdot i$

były różne, a każdy z iloczynów był równy jednej z podanych wyżej liczb.

3. Registered mail

It costs 13 PLN to send a registered mail. If stamps with denominations of 1, 3 or 5 PLN are available, how many ways are there to stick stamps on an envelope? The stamps have to be lined up in a row.

We assume that the order of stamps is important. For example, the ways ‘5 PLN, 3 PLN, 5 PLN’, ‘5 PLN, 5 PLN, 3 PLN’ and ‘3 PLN, 5 PLN, 5 PLN’ are considered different. The orientation of the stamps (e.g. upside down) does not matter.

4. Maszyna Trurla

Po słynnej katastrofie swojej pierwszej maszyny konstruktor Trurl zbudował inną, do wytwarzania ciągów binarnych. Najpierw na ekranie maszyny wyświetla się ciąg złożony tylko z zera. Potem można dowolnie wiele razy ciąg zmieniać, wciskając jeden z przycisków: A, B, C, D. Oto jak działają przyciski:

- Przycisk A dopisuje do ciągu na ekranie jedynekę, na jego końcu.
- Przycisk B pozwala wybrać użytkownikowi jakąś sekwencję 000 i zmienić ją na jedynekę. Jeśli sekwencji 000 nie ma, klawisz ten nic nie robi.
- Przycisk C pozwala wybrać użytkownikowi jakąś sekwencję 111 i usunąć ją z ciągu. Jeśli sekwencji 111 nie ma, klawisz ten nic nie robi.
- Przycisk D dopisuje kopię ciągu na jego końcu. Powstaje wtedy ciąg dwa razy dłuższy.

Ile przycisków liczy najkrótsza seria wybieranych przycisków, pozwalająca wytworzyć ciąg 101110111?

Przykład ilustrujący działanie maszyny: Po wciśnięciu serii przycisków: A,A,A,A,D,C na ekranie może pojawić się na końcu albo ciąg 0111101, albo 0101111, w zależności od tego, którą sekwencję 111 wybrał użytkownik po użyciu przycisku C.

Jako odpowiedź podajcie tylko liczbę przycisków, nie wymieniacie przycisków w serii.

5. Lotopałanka (Zadanie tylko dla szkół średnich)

Przestawiamy litery wyrazu LOTOPAŁANKA, tworząc różne wyrazy 11-literowe, mające sens lub nie. Ile spośród nich ma tę własność, że na żadnym miejscu nie występuje w nich litera będąca na tym samym miejscu w wyrazie LOTOPAŁANKA?

Na przykład wyrazem o opisanej własności jest KAPAŁO-TOALN, a nie ma opisanej własności TOPAŁAKLANO, bo np. litera O jest tu druga, tak samo jak w LOTOPAŁANKA.

6. Zwierzaki w bloku

Ania, Beata, Czarek, Daniel i Edek mieszkają w jednym pięciopiętrowym bloku, każdy na innym piętrze (na parterze znajdują się sklepy). Z czterema z tych osób mieszkają zwierzaki (po jednym): kot, pies, szczur, wąż. Innych zwierząt w bloku nie ma, a wspomniane osoby nie mają współlokatorów. Oto jakie mamy informacje o mieszkańcach:

- Jeżeli na ostatnim piętrze nie mieszka kobieta, to Edek ma węża.
- Jeżeli Daniel nie ma zwierzaka lub pies nie mieszka na ostatnim piętrze, to pies mieszka z mężczyzną, zaś kot – z kobietą.
- Jeżeli Ania ma kota lub pies mieszka wyżej niż kot, to Beata ma węża lub psa.
- Beata ma szczura lub kot nie mieszka z kobietą.
- Ania mieszka wyżej niż szczur lub Edek mieszka wyżej niż pies.

Kto nie ma zwierzaka? Podajcie wszystkie możliwe rozwiązania.

Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie):
Ania, Beata

7. Ładne ośmiokąty

Ośmiokąt wypukły na płaszczyźnie nazwiemy ładnym, jeśli wszystkie jego kąty mają taką samą miarę, wszystkie współrzędne jego wierzchołków są liczbami naturalnymi, jego pole jest liczbą naturalną oraz przynajmniej jeden bok jest równoległy do którejś osi układu współrzędnych. Ile jest liczb naturalnych k o tej własności, że $7 \leq k \leq 15$ oraz istnieje ładny ośmiokąt o polu k ?

8. Kayaking trip

Kasia and her boyfriend Jarek invited four other couples for a day of kayaking. At least one person in each couple was known to Kasia or Jarek. When they met at the agreed location, those (and only those) who did not know each other shook right hands. Afterwards, the observant Jarek said to the rest of the group: "How interesting! None of you shook the same number of hands." How many invited people had Kasia known before the meeting (excluding Jarek)?

We assume that if person A knows person B, then person B knows person A.

9. Kwadratowe klocki

Koala ma n klocków ponumerowanych liczbami naturalnymi od 1 do n . Chce ułożyć je wszystkie w rzędzie w taki sposób, żeby suma numerów na dowolnych dwóch sąsiednich klockach była kwadratem pewnej liczby naturalnej. Przykładowo, w takim rzędzie mogłyby pojawić się kolejno klocki oznaczone liczbami 2, 7, 9 (bo $2 + 7 = 3^2$ i $7 + 9 = 4^2$), ale sąsiadami w takim rzędzie nie mogłyby być klocki o numerach 3 i 4.

Jaka jest najmniejsza liczba $n \geq 3$, dla której istnieje rząd złożony z n klocków, mający opisaną własność?

10. Kocia gra (Zadanie tylko dla szkół średnich.)

Biały i czarny kot grają w pewną grę, w której dana jest liczba naturalna k , a koty kolejno wykonują następujące ruchy:

- Biały kot wybiera dwie niezerowe cyfry y i z (niekoniecznie różne).
- Czarny kot wybiera k niezerowych cyfr $x_1, x_2, \dots, x_k$ (niekoniecznie różnych).
- Biały kot wybiera dowolną liczbę całkowitą dodatnią M .
- Czarny kot wybiera liczbę całkowitą b większą od 10.

Następnie wspólnie obliczają dwie liczby:

$$B = by + z$$

oraz

$$C = \sum_{i=1}^k x_i b^{i-1} = x_1 + x_2 b + \dots + x_k b^{k-1}.$$

Na koniec koty obliczają największy wspólny dzielnik liczb B i C : $D = \text{NWD}(B, C)$. Jeśli otrzymana liczba D jest większa lub równa M , to grę wygrywa czarny kot. W przeciwnym razie wygrywa biały kot.

Zakładamy, że oba koty są doskonałymi graczami i nigdy nie popełniają błędów. Oceń, który kot wygra grę, jeśli liczba k jest równa:

- 13.
- 777.
- 1024.
- 2026.

Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie):
biały, czarny, czarny, czarny