

KONKURS MATEMATYCZNO-INFORMATYCZNY KOALA

VIII EDYCJA

2021

I etap szkoły podstawowe



© Hanna Kuik

1. Prosimy zapoznać się z regulaminem konkursu, dostępnym na stronie <http://koala.poznan.pl/>
2. Z organizatorami można się kontaktować, pisząc na adres koala.konkurs@gmail.com. Kontakt jest wskazany zwłaszcza w przypadku wątpliwości co do interpretacji treści jakiegoś zadania.
3. Rozwiązania wszystkich zadań należy zapisać w języku polskim i oddać opiekunowi na przechowanie (może być skan lub czytelne zdjęcia).
4. Każda seria składa się z pięciu zadań.
5. Odpowiedzi do zadań każdej serii prosimy przysyłać w podanym terminie, poprzez stronę internetową.
6. Zadania wersji programistycznej konkursu znajdują się na ostatniej stronie.

I SERIA ZADAŃ

do 28 stycznia 2021

1. Kradzież

Z kuchni w zoo skradziono bambusowe deski do krojenia. Jedynymi podejrzanymi są: koala, kangur, diabeł tasmański i panda. W trakcie dochodzenia ustalono następujące fakty:

- Jeśli koala dokonał kradzieży, to miał dokładnie trzech współników.
- Jeśli kangur dokonał kradzieży, to miał dokładnie jednego współnika.
- Jeśli diabeł tasmański dokonał kradzieży, to wspólnie z pandą.

Co można powiedzieć o winie każdego ze zwierząt na podstawie tych informacji?

Za winnego uważamy zarówno zwierzaka, który ukradł deski, jak i każdego jego współnika. Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie): koala: winny, kangur: winny, diabeł tasmański: niewinny, panda: nie wiadomo

2. Bal karnawałowy

Jest karnawał. Dziesięcioosobowa grupa przyjaciół, 5 dziewcząt i 5 chłopców, postanowiła wybrać się na bal karnawałowy. Otrzymali 5 zaproszeń dla 5 par. I tu pojawił się problem – jak dobrać się w pary? Chłopcy okazali się dżentelmenami i zadeklarowali, że zgadzają się na każdą propozycję ze strony koleżanek, ale po stronie dziewcząt już nie wszystko było takie proste. Jedna z dziewcząt Ania zaproponowała, że przedstawi propozycję doboru przyjaciół w pary tak, aby wszyscy byli zadowoleni. Zanim jednak Ania zgodziła się podjąć tego zadania, postawiła warunek, że każda z dziewcząt (ona też) musi przedstawić swoje preferencje, tzn. musi wymienić przynajmniej dwóch spośród kolegów, którzy mogliby być jej partnerami na balu. Dziewczęta zgodziły się, a ich deklaracje przedstawiały się następująco:

- Ania powiedziała, że może pójść w parze z Mariuszem albo Jankiem, albo Grzegorzem.
- Basia – z Krzysztofem albo Jankiem.
- Natalia – z Mariuszem albo Grzegorzem.
- Daria – z Mariuszem albo Piotrem.
- Hania – z Krzysztofem albo Jankiem, albo Piotrem.

Jak Ania mogła dobrać przyjaciół w pary, jeśli wiadomo, że wszyscy poszli na bal w parach i wymagania dziewcząt zostały spełnione? Wypisz wszystkie możliwości.

Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie przykładowe rozwiązanie): 1. AK, BM, NJ, DP, HG; 2. AM, BK, NJ, DP, HG
Należy podać pierwsze litery imion w parach, w parze dziewczyna jest zawsze wymieniona jako pierwsza.

3. Kopalnia diamentów

Sześciu krasnoludków pracuje w kopalni diamentów. Poniższa tabelka pokazuje, ile każdy z nich zebrał dzisiaj diamentów:

Mędrek	Gburek	Apsik	Wesołek	Gapcio	Nieśmiałek
50	40	10	45	30	70

Zła królowa pobiera za zebrane diamenty podatek. Krasnoludki chodzą do królowej parami. Dla każdej pary królowa dzieli liczbę diamentów zebranych przez bardziej efektywnego krasnoludka przez liczbę diamentów zebranych przez drugiego krasnoludka z pary. Jeśli wynik nie jest liczbą całkowitą, to zostaje zaokrąglony w górę do liczby całkowitej. Następnie otrzymana liczba jest przemnażana przez 5. Wynik tych działań wyznacza liczbę diamentów, które królowa zabiera od danej pary. Mędrek podzielił krasnoludki na takie trzy rozłączne pary, aby łączny podatek zapłacony przez całą szóstkę był jak najmniejszy. Jak dużo diamentów krasnoludki musiały zapłacić królowej?

Przykład: Przypuśćmy, że krasnoludki podzieliłyby się na takie 3 pary: Mędrek z Gburekiem, Gapcio z Wesołkiem i Apsik z Nieśmiałkiem. Wtedy $\frac{50}{40} = 1,25$, a więc pierwsza para zapłaciłaby $2 \cdot 5 = 10$ diamentów. $\frac{45}{30} = 1,5$, a więc druga para zapłaciłaby $2 \cdot 5 = 10$ diamentów. $\frac{70}{10} = 7$, a więc trzecia para zapłaciłaby $7 \cdot 5 = 35$ diamentów. Zatem łączny podatek to $10 + 10 + 35 = 55$ diamentów.

4. Deszyfrowanie

W XX w. wielu dyplomatów, wojskowych i szpiegów używało kolumnowego szyfru przestawieniowego. Szyfrogram powstaje przez zmianę kolejności znaków w tekście jawnym, zawiera więc wszystkie znaki tekstu jawnego. Proces szyfrowania tą metodą można przedstawić w następujących krokach:

- 1) Tekst jawny należy odpowiednio przygotować, tj. cały tekst należy zapisać używając wyłącznie drukowanych wielkich liter, usuwając przy tym wszelkie odstępki i znaki niebędące literami bądź cyframi.
- 2) Należy przygotować tzw. klucz i tabelę – liczbę kolumn w tabeli określa długość klucza. Klucz jest ciągiem liczb złożonym z n niepowtarzających się dodatnich liczb naturalnych, mniejszych lub równych n . Liczba n jest większa od 1 i mniejsza lub równa długości tekstu jawnego.
- 3) Tekst jawny wprowadzany jest znak po znaku do kolejnych wierszy tabeli, w kierunku od lewej do prawej.
- 4) Należy przeczytać kolumnami tekst z tabeli, przy czym klucz określa kolejność odczytywania kolumn.

Przykład: Szyfrogram tekstu „Ósma edycja konkursu Koala”, zaszyfrowanego metodą kolumnową, z kluczem: 3 4 1 6 2 5, ma postać: MJUAAARLÓYNKDOUSCKOEKSA.

Odszyfrujcie szyfrogram:

BYZAZMUKIEWPCTTAZIMOYTRAIWNIMWRMYÓTÓYJEKYWTAPTESIKAIAATŁWRKÅMNADMEA.JTRZAEĖ

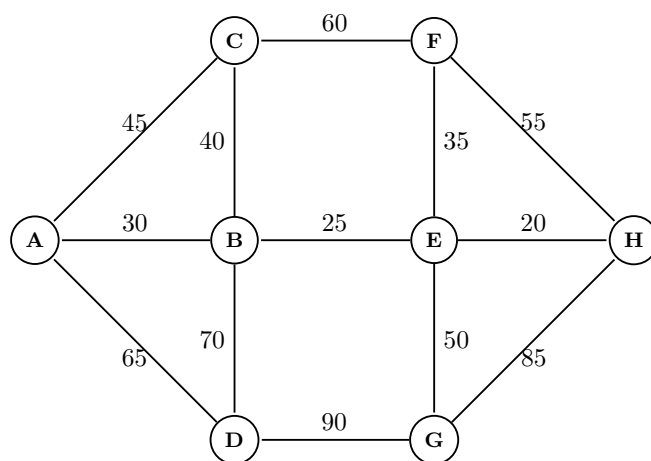
wiedząc, że do zaszyfrowania tekstu wykorzystano tutaj klucz: 5 1 7 9 2 6 10 3 8 4.

Jako odpowiedź należy podać tylko cztery znaki tekstu odszyfrowanego: pierwszy, drugi, przedostatni i ostatni znak, zapisując je jeden za drugim, w podanej kolejności (i bez odstępki).

5. Building bridges

The Eucalyptus Archipelago consists of eight islands. The new governor of this archipelago promised during his election campaign that he will connect all the islands by new bridges. Now he has to fulfill his promise so various architects started sending him their proposals. On the sketch the circles represent the islands of the Eucalyptus Archipelago and the lines the possible bridges. The numbers are the estimated costs of the bridges (in millions of dollars).

Now, the governor has to choose which bridges will be built. Not every pair of islands has to have a bridge between them, but it has to be possible to walk from any island to every other island (maybe through some other islands). The governor also wants to spend as little money as possible. Which bridges should be built?



For each bridge in your answer write the names of two islands it connects and its cost, e.g. AB 30.

do 4 lutego 2021

6. Koala i inne zwierzaki

Gdy koala pojechał odwiedzić zwierzaki w Dalekim Kraju, ze zmęczenia stracił poczucie czasu i wiedział, jaki jest dzień tygodnia. Wędrując, pewnego dnia spotkał lisa i jeża leżących pod drzewem. Koala wie, że lis kłamie w poniedziałki, wtorki i środy, a w pozostałe dni mówi prawdę. Wie też, że jeż kłamie w czwartki, piątki i soboty, a w pozostałe dni mówi prawdę. Zwierzaki wygłosiły następujące zdania:

Lis: Wczoraj był jeden z dni, w które kłamie.

Jeż: Wczoraj był jeden z dni, w które kłamie.

Na podstawie tych zdań koala już wiedział, jaki jest dzień tygodnia. Jaki to był dzień?

7. Kino

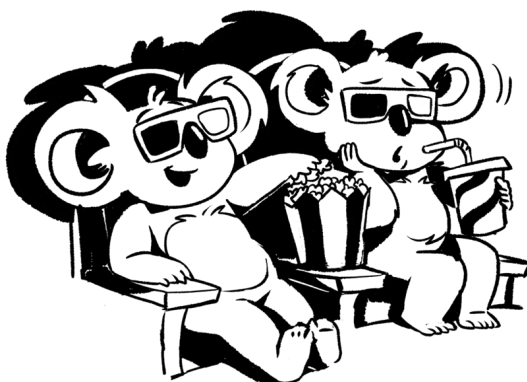
Pewien kinoman bierze udział w wyjątkowym maratonie filmowym. W programie podano wyłącznie godziny rozpoczęcia i zakończenia każdego filmu. Nie są znane nawet gatunki filmów. Kinoman chce zobaczyć tyle filmów (w całości), ile tylko to będzie możliwe. Filmy są wyświetlane w sześciu salach kina. Oto program maratonu filmowego:

sala 1	sala 2	sala 3	sala 4	sala 5	sala 6
10:00–11:00	10:00–11:30	10:00–11:30	10:00–11:30	10:00–12:00	10:00–12:00
12:00–15:00	12:30–13:30	12:30–13:30	12:30–14:00	13:00–14:30	14:30–16:00
16:00–18:00	14:00–15:00	15:00–15:30	15:00–16:00	15:30–17:00	16:30–18:00
	17:00–18:30	16:30–18:30	17:00–18:30	17:30–18:00	

Kinoman, przeglądając program festiwalu, postanowił posłużyć się następującą strategią przy wyborze filmów: Wybierz film, który trwa najkrócej, a jeśli jest takich więcej, to wybierz z nich ten, który się najwcześniej kończy. Jeśli jest więcej takich filmów, wybierz dowolny z nich. Następnie wykreśl wszystkie filmy, które kolidują z wybranym. I powtórz procedurę wyboru dla pozostałych filmów, jeśli to możliwe.

Uwaga: Na przejście między salami potrzeba kilku minut, których nie można pominąć.

Ile filmów obejrzy kinoman, gdy posłuży się opisaną strategią?



8. Plus – minus

W każde pole tabliczki o trzech wierszach i trzech kolumnach miś koala wpisał albo -1 , albo 1 , w taki sposób, że suma wszystkich wpisanych liczb jest równa 1 . Oto tabliczka koali:

1	-1	1
-1	-1	1
1	-1	1

Następnie miś wyznaczył sumy liczb dla każdego wiersza (począwszy od góry) i dla każdej kolumny (począwszy od lewej) i zapisał te sześć liczb w ciągu, jedna za drugą: $1, -1, 1, 1, -3, 3$.

Po chwili namysłu postawił sobie następujące pytanie: Czy liczb ujemnych w ciągu może być więcej, jeśli do pól tabeli wpiszę inny układ -1 i 1 , które w sumie dają 1 ? Pomóżcie koali znaleźć odpowiedź na to pytanie. Ile najwięcej w ciągu koali może być liczb ujemnych przy zachowaniu warunków zadania?

9. Przekładaniec

Ułóżcie trzy złotówki i dwie dwuzłotówki w rzędzie tak, by złotówki zajmowały trzy pierwsze miejsca w rzędzie, a dwuzłotówki – dwa kolejne, jak na obrazku (a). Ruch polega na przesunięciu dwóch stykających się monet o różnych nominałach na inne miejsce w rzędzie, przy czym obowiązują takie zasady:

- Obie przesuwane monety muszą nadal się stykać i pozostać w tej samej kolejności.
- Pozostałe monety pozostają na swoich miejscach i nie można ich przesuwac, np. zsuwać po powstaniu luk.
- Cały rząd może zmienić położenie, w trakcie przesuwania mogą powstawać luki w układzie, np. takie jak na rysunku (c), gdzie pierwsza luka może pomieścić dwie monety, a druga trzy.

Wykonując jak najmniej ruchów, doprowadźcie do układu, w którym nominały występują na przemian w rzędzie i nie ma luk, dokładnie tak jak na obrazku (b). Ile ruchów wykonaliście?



10. Base

We write down a sequence defined as follows. The first term is 1 . In order to calculate each next term after that write down binary expansions (expansion in base 2) of all the previous terms of the sequence – the total number of digits used in those numbers is the next term of the sequence. What is the first positive power of 2 that does not appear in the sequence??

In the answer give the power of 2 , not the exponent.

do 11 lutego 2021

11. Urodziny

Paweł i Rafał chcieliby poznać datę urodzin Kasi, ale znają tylko jej rok urodzenia: 2002. Aby mieli szansę poznać pozostałe dwie liczby w jej dacie urodzin, Kasia oznajmiła, że Pawłowi zdradzi na ucho tylko pierwszą liczbę (dzień miesiąca), zaś Rafałowi – tylko drugą (miesiąc). Jak powiedziała, tak zrobiła. Potem dodała głośno, że pierwsza liczba nie jest większa od drugiej. Wtedy między Pawłem a Rafałem, którzy są z logiką za pan brat, a do tego zawsze mówią prawdę, potoczyła się taka rozmowa:

- Nie wiesz, jaka jest data urodzin Kasi. — oznajmił Paweł.
- Rzeczywiście, nie wiedziałem, ale teraz już wiem. — powiedział Rafał.
- W takim razie ja też wiem. — oznajmił Paweł.

Kiedy urodziła się Kasia?

12. Domowe zoo

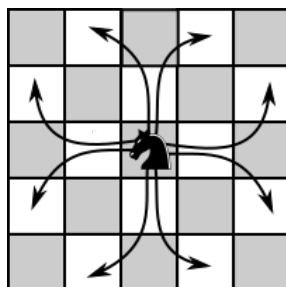
Piekielny Piotruś hoduje w domu mangustę, węża, mysz i kraba. Chce je umieścić w czterech klatkach: czerwonej, niebieskiej, zielonej i żółtej. Każda klatka może pomieścić dowolną liczbę zwierząt, ale może też zostać pusta. Niektóre zwierzęta w hodowli Piotrusia zjadają inne: mangusta lubi węże, myszy i kraby, zaś wąż nie pogradzi przekąską z myszy. Z tego powodu rozmieszczenie musi być dobre, to znaczy w żadnej klatce nie może być pary zwierząt, z których jedno zjada drugie. Ile jest dobrych rozmieszczeń dla zoo Piekielnego Piotrusia?

Przykład: Gdyby Piotruś miał kota, szczurka, mysz i koalę, to trzy z wielu dobrych rozmieszczeń byłyby takie:

- 1) kot i koala w czerwonej klatce, szczurek i mysz w niebieskiej;
- 2) kot i koala w niebieskiej klatce, szczurek i mysz w czerwonej;
- 3) kot w czerwonej klatce, szczurek i koala w niebieskiej, mysz w zielonej.

**13. Skoczek**

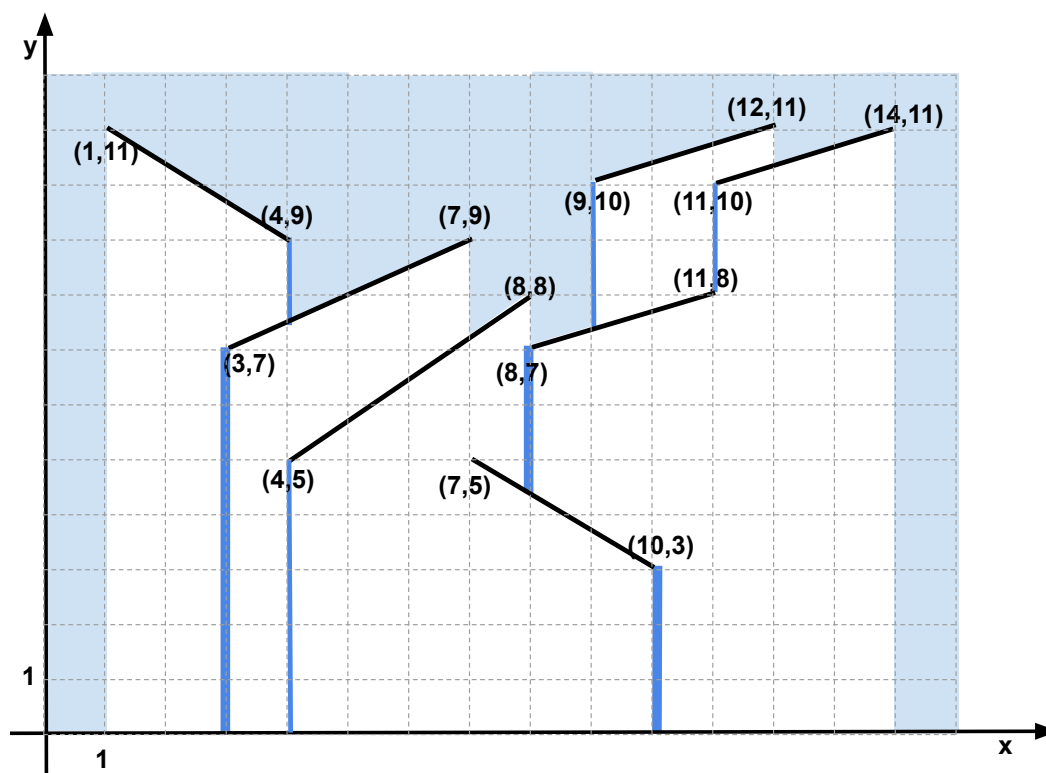
Skoczek, poruszając się na szachownicy o wymiarach 8×8 , w każdym ruchu może przesunąć się tylko w określony sposób: albo dwa pola w pionie, a następnie jedno w prawo lub lewo, albo dwa pola w lewo lub prawo, a następnie jedno w górę lub dół. Poniższy rysunek ilustruje zasady ruchu skoczka.



Ile ruchów liczy najkrótsza podróż skoczka z pola w lewym, górnym narożniku do pola w narożniku przeciwnym (prawym, dolnym)?

14. Ściana wodna

Rysunek poniżej ukazuje projekt ściany wodnej, umieszczony w układzie współrzędnych OXY . Ze szczytu ściany na długości 15 m wypływa ze stałą szybkością 15 l wody w ciągu sekundy, rozłożone równomiernie. Znaczna część wody trafia do pochyłych rynien, które na rysunku są przedstawione jako odcinki. Woda spływa rynnami i dalej spada pionowo w dół, aż do napotkania kolejnej rynny lub osiągnięcia ziemi, w której znajduje się odpływ.



Wyznaczcie liczbę litrów wody, która dociera do poszczególnych rynien **bezpośrednio ze szczytu** w ciągu sekundy.

Jako odpowiedź podajcie siedem liczb. Przy podawaniu odpowiedzi przyjmijcie, że rynny są uporządkowane względem odciętych (współrzędnej x) początku rynny.

15. Friendly Koalas

Two players play the following game. The game is played on a line of 31 cells with each player having unlimited amount of Koala pieces (both players use identical pieces). Players take their turns alternately. In each turn player places one of their pieces in an empty cell. The goal is to get three consecutive cells occupied by Koala pieces. The first player to create such a configuration wins.

- Which player wins if both players play perfectly?
- Suppose that in the first four moves players put their pieces on cells: 2, 5, 18, 31. Which player wins if they are going to play perfectly from now on?
- Suppose that in the first three moves players put their pieces on cells: 22, 26, 30. Which player wins if they are going to play perfectly from now on?
- Suppose that in the first three moves players put their pieces on cells: 11, 24, 29. Which player wins if they are going to play perfectly from now on?

Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie): (a) pierwszy (b) pierwszy (c) drugi (d) drugi

ZADANIA PROGRAMISTYCZNE

Przypominamy, że punkty za zadania programistyczne nie liczą się do klasyfikacji głównej (nieprogramistycznej) konkursu. Prosimy o zapoznanie się z regulaminem.

Instrukcja

1. Prosimy zapoznać się z przykładem zadania i jego rozwiązaniem w języku Python 3, które zamieszczono poniżej. Ukazano tam zalecany sposób wczytywania danych do programu i zapisywania wyniku działania programu.
2. Rozwiązania zadań (teksty programów w języku Python 3 lub C++) należy przysyłać w podanych terminach poprzez stronę internetową konkursu.
3. Do uruchamiania rozwiązań w języku Python używany będzie interpreter Python 3.7. Do kompilowania rozwiązań w języku C++ używany będzie kompilator G++ 8.3.
4. Rozwiązania powinny czytać dane ze standardowego wejścia i zapisywać wynik na standardowe wyjście, chyba że dla danego zadania wyraźnie napisano inaczej.

Przykład. Przeliczanie temperatur

Napisać program, który będzie przeliczać ciąg wartości temperatur zapisanych w skali Fahrenheita na odpowiadające im wartości w skali Celsjusza.

Przyjmujemy, że wartości temperatur w skali Fahrenheita będą wyrażone liczbami całkowitymi. Odpowiadające im wartości temperatur w skali Celsjusza program powinien wyznaczyć z dokładnością do części całkowitej.

Przykładowe dane

40 50 60 70 80 90 100

Przykładowy wynik

4 10 15 21 26 32 37

Tekst programu (w języku Python 3)

```
# wczytanie danych
listaF = []
for x in input().split():
    listaF.append(int(x))

# przeliczenie temperatur
listaC = []
for x in listaF:
    listaC.append(int((x-32)*5/9))

# wypisanie wyniku
for y in listaC:
    print(y, end=" ")
```

Zadanie P-4. Deszyfrowanie

termin: do 28 stycznia 2021

Napiszcie program, który odszyfruje dany szyfrogram uzyskany metodą kolumnowego szyfru przestawieniowego, dla którego zastosowano dany klucz. Program powinien wypisać odszyfrowany tekst jako jeden scalony ciąg znaków.

Uwaga: Przyjmijcie, że tekst szyfrogramu nie zawiera polskich znaków diakrytycznych oraz, że liczby tworzące klucz szyfrowania są wprowadzane do programu jako ciąg liczb oddzielonych pojedynczą spacją.

Przykładowe dane

CLGWRZIOEOSEWNGKZSE00U
3 4 1 2

Przykładowy wynik

SZCZESLIWEGONOWEGOROKU

Zadanie P-10. Rozwinięcia

termin: do 4 lutego 2021

Napiszcie program, który dla zadanej liczby naturalnej $k \geq 2$ wyznacza k -ty wyraz ciągu zdefiniowanego poniżej:

- Pierwszy wyraz ciągu jest równy 1.
- Aby wyznaczyć kolejny wyraz, należy zapisać najpierw wszystkie poprzednie wyrazy ciągu w systemie binarnym. Liczba zer i jedynek potrzebnych do ich zapisania to kolejny wyraz ciągu.

Uwaga: Przyjmijcie, że k jest liczbą mniejszą niż 50 000 000.

Przykładowe dane

5

Przykładowy wynik

7

Zadanie P-14. Ściana wodna

termin: do 11 lutego 2021

Założmy, że – tak jak w zadaniu 14 – ze szczytu ściany na długości 15 m wypływa ze stałą szybkością 15 l wody w ciągu sekundy, rozłożone równomiernie. Dana jest dodatnia liczba całkowita $n \leq 10$, oznaczająca liczbę rynien oraz $2n$ par liczb całkowitych, z zakresu od 1 do 14, określających położenie rynien. Każde kolejne dwie pary liczb dotyczą jednej rynny: pierwsza para określa współrzędne (x, y) początku rynny, a druga para – współrzędne (x, y) końca tej rynny.

Napiszcie program, który wyznacza liczbę litrów wody, która w ciągu jednej sekundy dociera do poszczególnych rynien bezpośrednio ze szczytu ściany wodnej.

Przyjmijcie, że:

1. Wśród rynien nie ma dwóch takich, które mają jakikolwiek punkt wspólny. Nie ma dwóch takich, które miałyby tę samą odcietą (współrzedną x) początku rynny, ani nie ma dwóch takich rynien, które miałyby tę samą odcietą końca rynny.
2. Ciąg danych w zadaniu n czwórek liczb, czyli współrzędnych początku rynny i współrzędnych końca rynny, jest uporządkowany rosnąco według odciętej (współrzednej x) początku rynny.

Przykładowe dane

5
1 12 5 9
3 7 8 9
7 5 10 3
8 7 11 8
11 10 14 11

Przykładowy wynik

4
3
0
3
3