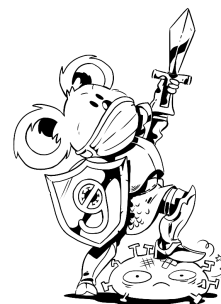


KONKURS MATEMATYCZNO-INFORMATYCZNY KOALA

IX EDYCJA

2022

I etap szkoły ponadpodstawowe



© Hanna Kuik

1. Prosimy zapoznać się z regulaminem konkursu, dostępnym na stronie <http://koala.poznan.pl/>
2. Z organizatorami można się kontaktować, pisząc na adres koala.konkurs@gmail.com. Kontakt jest wskazany zwłaszcza w przypadku wątpliwości co do interpretacji treści jakiegoś zadania.
3. Każda seria składa się z czterech zadań.
4. Odpowiedzi do zadań każdej serii prosimy przysyłać w podanym terminie, zgodnie z instrukcją przysłaną kapitanom drużyn.
5. Zadania wersji programistycznej konkursu znajdują się na ostatnich stronach.

I SERIA ZADAŃ

do 2 grudnia 2021

1. Złamana gałąź

Trzy misie koala: miś Adam, miś Bruno i miś Colin bawiły się na drzewie eukaliptusowym. Podczas tej zabawy została złamana gałąź z dorodnymi liśćmi. Na pytanie, kto złamał gałąź, misie udzieliły następujących odpowiedzi:

- Miś Adam: Ja nie złamałem gałęzi. Colin ją złamał.
- Miś Bruno: Colin nie złamał gałęzi. Adam ją złamał.
- Miś Colin: Ja nie złamałem gałęzi. Bruno też jej nie złamał.

Ustalcie, który z misiów złamał gałąź drzewa eukaliptusowego, wiedząc, że jeden z nich dwa razy skłamał, drugi dwa razy powiedział prawdę, a trzeci raz skłamał i raz powiedział prawdę.

Jako odpowiedź podajcie imię winowajcy.

2. Pchła i skoki wymierne

Matematyczna pchła siedzi na płaszczyźnie, w punkcie $(0,0)$. W każdym skoku pokonuje odległość 1 i ląduje w punkcie o obu współrzędnych wymiernych. Czy pchła może wylądować po pewnym czasie w punkcie $(0, \frac{1}{5})$? Jeśli tak, to podaj najmniejszą liczbę skoków, po której to się może stać. Jeśli nie, to jako odpowiedź podaj NIE.

3. Sortowanie

Janek napisał program sortujący. Program interpretuje liczby jako ciągi cyfr, np. liczba 103 jest interpretowana przez program jako: 1, 0, 3. Program porządkuje liczby najpierw według pierwszej cyfry, następnie według drugiej i tak dalej.

Przykład. Gdy polecimy programowi Janka posortować ciąg liczb: 10, 21, 11, 2, 100, 101, 215, 1, 111, to otrzymamy ciąg: 1, 10, 100, 101, 11, 111, 2, 21, 215.

Program otrzymał do posortowania ciąg: 1, 2, 3, 4, ..., 998, 999 (kolejne liczby naturalne od 1 do 999). Która liczba znajdzie się na setnym miejscu po posortowaniu tego ciągu?

4. AlaOK

Annie, Billy, Christie, Donny, Ellie, Freddie, Ginny, Holly, and Izzy took part in the math contest AlaOK. We know that:

- Annie got more points than Billy,
- Christie and Donny had the same number of points,
- Ellie, Freddie and Ginny had the same number of points.

How many different ranking lists could there be at the end of the contest if we assume draws are possible?

Example: If there were only three players: Christie, Donny and Ellie and we knew that Christie and Donny had got the same number of points, then there would be three ranking lists possible:

- 1. Christie and Donny, 2. Ellie;
- 1. Ellie, 2. Christie and Donny;
- 1. Ellie, Christie and Donny.

do 9 grudnia 2021

5. Bakterie

W pewnym laboratorium obserwujemy rozmnażanie bakterii. Zasada rozmnażania jest taka:

- Na początku mamy jedną bakterię i z niej pierwszego dnia powstają dwie nowe, więc na koniec pierwszego dnia mamy już 3 bakterie.
- Drugiego dnia te dwie nowopowstałe bakterie rozmnażają się i na koniec drugiego dnia wszystkich bakterii jest już 7.
- Trzeciego dnia znowu rozmnażają się tylko nowopowstałe (drugiego dnia) bakterie, więc na koniec dnia łącznie bakterii jest 15.
- Itd.

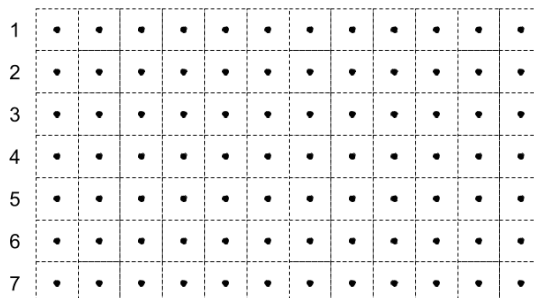
Na koniec szóstego dnia kończymy obserwację. Zauważyliśmy, że coś poszło niezgodnie z opisaną zasadą i któregoś dnia jedna z nowopowstałych bakterii się nie rozmnożyła, bo na koniec obserwacji otrzymaliśmy 97 bakterii. Którego dnia jedna z nowopowstałych bakterii się nie rozmnożyła?

6. Ciasteczka

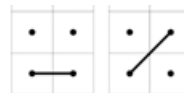
100 osób zasiadło przy 100-osobowym, okrągłym stole. Jedna z osób trzyma 2021 ciasteczek, pozostali ciasteczek nie mają. Wszyscy lubią ciasteczka, ale jeszcze bardziej lubią gry, więc postanowili zabawić się tak: Co minutę jakaś osoba z przynajmniej trzema ciasteczkami albo daje sąsiadowi po swojej lewej ręce 1 ciacho, a sąsiadowi z prawej 2 ciacha, albo osoba ta zjada 1 ciasteczko i jedno daje sąsiadowi po lewej. Jeśli osoba ma tylko 2 ciastka, może zjeść jedno i dać drugie sąsiadowi po lewej. Nikt nie jest samolubem i jeśli ma już tylko jedno ciasteczko, nie zjada go. Gra toczy się do czasu, gdy już nikt nie może wykonać ruchu, tzn. każdy ma najwyżej jedno ciastko. Zakładamy, że gra na pewno się kiedyś skończy. Ile ciastek może zostać na końcu po zakończeniu gry? Podaj wszystkie możliwości.

7. Miś sadownik

Miś sadownik w swoim sadzie ma 7 rzędów śliw po 12 drzew w każdym rzędzie. Drzewa są równomiernie rozłożone w pionie i poziomie, jak na rysunku.

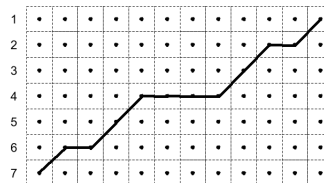


Przyjmujemy, że średnica pnia drzewa jest tak małą liczbą, że utożsamiamy go z punktem na płaszczyźnie. Miś sadownik zdecydował, że na czas zbiorów owoców podzieli sad na dwie części o tej samej liczbie drzew. Podział będzie wykonany na ukos: począwszy od pierwszego drzewa w ostatnim rzędzie aż do ostatniego drzewa w pierwszym rzędzie. Do wyznaczenia granicy zostanie użyta taśma przeciągnięta między drzewami; każdy odcinek taśmy będzie przymocowany na jeden z dwóch sposobów:



Na granicy dwóch części sadu powinno znaleźć 12 drzew. Tych drzew nie zaliczamy do żadnej z części sadu. Na ile sposobów miś sadownik może podzielić sad na dwie części o identycznym kształcie i wielkości?

Przykład. Na poniższym rysunku jest ukazany jeden z podziałów na dwie części o identycznym kształcie i wielkości.

**8. Sevens divisible by 3**

In how many ways the following numbers:

21, 26, 31, 36, 41, 46, 51, 56, 61, 66, 71, 76, 81
can be arranged in order in such a way that the sum of each seven consecutive elements is divisible by 3?

do 16 grudnia 2021

9. Przed sądem

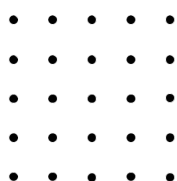
Na wyspie mieszkają rycerze, którzy zawsze mówią prawdę, łotrzy, którzy zawsze kłamią i zwykli ludzie, którzy czasem kłamią, a czasem mówią prawdę. Doszło na niej do przestępstwa i sąd ustalił, że przestępca nie jest zwykłym człowiekiem. Dla każdego z poniższych zdań rozstrzygnijcie, kto (biorąc pod uwagę przynależność do grupy i winę) mógł je wypowiedzieć:

- (a) Jeżeli jestem rycerzem, to jestem niewinny.
- (b) To, że jestem niewinny jest równie prawdziwe jak to, że jestem rycerzem.

Wzór zapisu odpowiedzi (to tylko wzór, nie rozwiązanie): (a) winny rycerz, niewinny łotr (b) winny rycerz, niewinny łotr, winny człowiek

10. Gra w kwadraty

Piotr wymyślił następującą jednoosobową grę: Na kartce w kratkę zaznaczył 25 punktów, po 5 w kolejnych wierszach, jak to ukazuje rysunek.



Postanowił, że ruch w tej grze będzie polegał na połączeniu wybranych dwóch sąsiednich punktów, poprzez narysowanie odcinka poziomo lub pionowo. Gra zakończy się wtedy, gdy narysowany odcinek utworzy z innymi, wcześniej narysowanymi, kwadrat dowolnych rozmiarów (1×1 , 2×2 , 3×3 lub 4×4). Rozstrzygnijcie, jaka jest możliwa największa liczba ruchów, po których gra zostanie zakończona.

Przykład. Załóżmy, że Piotr gra na planszy z 9 punktami. Poniższy rysunek pokazuje stan gry, w której Piotr wykonał 9 ruchów.



Dorysowanie jakiegokolwiek odcinka skończy grę Piotra.

11. Laser

W jednym rogu kwadratowego (dwuwymiarowego) pokoju znajduje się laser. W pozostałych trzech rogach znajdują się pochłaniacze światła, a cały pokój jest lustrzany. Laser można ustawiać pod dowolnym kątem, natomiast nie można go przesuwac. Ulubioną liczbą Marysi jest 13, dlatego też chciałaby ustawić laser w taki sposób, aby światło z niego odbiło się 13 razy od ścian pokoju, a następnie zostało pochłonięte. Na ile sposobów (pod ilościami różnymi kątami) może ustawić laser?

12. Rock hopping

While rock hopping experienced bushwalkers step onto the next rock or jump over one rock. Rock hopping can be very tiring, so they try to minimize the amount of height difference between rocks they step or jump onto. Assume that the rocks lie in a row and the amount of energy used is:

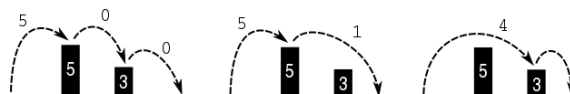
- 0, if stepping onto a lower or same level rock;
- the height difference, if stepping onto a higher rock;
- 1, if jumping over a rock (of any height) and landing onto a rock at level lower or same as at the beginning of the jump;
- 1 + the height difference, if jumping over a rock and landing onto a higher rock than at the beginning of the jump.

What is the least amount of energy expended in crossing each of the creeks below?

3 1 2 2 4 1 4 3

The numbers give the heights of the rocks. We start and end at the ground level, move from left to right and never jump over two rocks at once.

Example. Consider a creek crossing with just two rocks, of heights 5 (first) and 3 (second). Stepping onto both rocks and the far bank would expend $5 + 0 + 0 = 5$ units of energy. Stepping onto the first rock and jumping over the second would expend $5 + 1 = 6$ units of energy. Jumping over the first rock onto the second rock and stepping to the bank would expend $1 + (3-0) + 0 = 4$ units of energy.



ZADANIA PROGRAMISTYCZNE

Przypominamy, że punkty za zadania programistyczne nie liczą się do klasyfikacji głównej (nieprogramistycznej) konkursu. Prosimy o zapoznanie się z regulaminem.

Instrukcja

1. Prosimy zapoznać się z przykładem zadania i jego rozwiązaniem w języku Python 3, które zamieszczono poniżej. Ukazano tam zalecany sposób wczytywania danych do programu i zapisywania wyniku działania programu.
2. Rozwiązania zadań (teksty programów w języku Python 3 lub C++) należy przysyłać w podanych przy zadaniach terminach, zgodnie z instrukcją przyslaną kapitanom.
3. Podczas sprawdzania rozwiązań zapisanych w języku Python będzie używany interpreter Python 3.7. Proponujemy, by testy programów drużyna wykonywała online, korzystając z narzędzia <https://www.jdoodle.com/python3-programming-online/>
4. Podczas sprawdzania rozwiązań zapisanych w języku C++ będzie używany kompilator G++ 9.1. Do kompilacji rozwiązań będzie domyślnie używane polecenie `g++ nazwa_pliku.cpp`. Jeśli powodzenie procesu kompilacji wymaga użycia innego polecenia (np. dla trybu C++17), to należy je wskazać w komentarzu, w tekście programu. Proponujemy, by testy programów drużyna wykonywała online, korzystając z narzędzia <https://www.jdoodle.com/online-compiler-c++/>

Przykład. Przeliczanie temperatur

Napisać program, który będzie przeliczać ciąg wartości temperatur zapisanych w skali Fahrenheita na odpowiadające im wartości w skali Celsjusza.

Przyjmujemy, że wartości temperatur w skali Fahrenheita będą wyrażone liczbami całkowitymi. Odpowiadające im wartości temperatur w skali Celsjusza program powinien wyznaczyć z dokładnością do części całkowitej.

<i>Przykładowe dane</i>	<i>Przykładowy wynik</i>
40 50 60 70 80 90 100	4 10 15 21 26 32 37

Tekst programu (w języku Python 3)

```
# wczytanie danych
listaF = []
for x in input().split():
    listaF.append(int(x))

# przeliczenie temperatur
listaC = []
for x in listaF:
    listaC.append(int((x-32)*5/9))

# wypisanie wyniku
for y in listaC:
    print(y, end=" ")
```

Zadanie P-3. Sortowanie

termin: do 2 grudnia 2021

Napiszcie program, który wczyta ze standardowego wejścia najpierw liczbę całkowitą N ($0 < N < 10000$), a następnie N różnych liczb całkowitych dodatnich, mniejszych od 1 000 000 000, oddzielonych znakami odstępu, i w końcu zapisze na standardowe wyjście te N liczb, jedna pod drugą, w odwróconym porządku leksykograficznym. Liczby powinny być pogrupowane tak, aby liczby o różnych resztach z dzielenia przez 100 były oddzielone dodatkowym wierszem. Odwrócony porządek leksykograficzny liczb to taki porządek, w którym o kolejności decyduje najpierw cyfra jedności, następnie cyfra dziesiątek, i tak dalej.

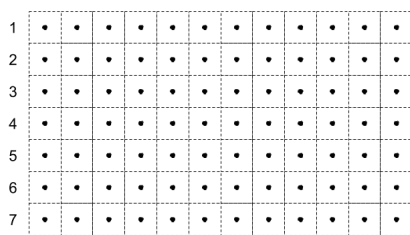
Przyjmujemy, że dane wprowadzone do programu są zapisane poprawnie. Tego program nie musi sprawdzać.

<i>Przykładowe dane</i>	<i>Przykładowy wynik</i>
15 810685848 657270510 200073695 331282702 38126227 651295439 827905464 325356764 627605150 320089050 799586998 8270333 331620734 101379552 314845348	657270510 320089050 627605150 331282702 101379552 8270333 331620734 827905464 325356764 200073695 38126227 314845348 810685848 799586998 651295439

Zadanie P-7. Miś sadownik

termin: do 9 grudnia 2021

Miś sadownik w swoim sadzie ma 7 rzędów śliw po 12 drzew w każdym rzędzie, jak na rysunku:



Miś zdecydował, że na czas zbiorów owoców podzieli sad na dwie części o tej samej liczbie drzew. Wymagania dotyczące podziału sadu są opisane w zadaniu 7.

Napiszcie program, który dla określonego drzewa w określonym rzędzie będzie wyznaczać liczbę granic podziału sadu, na których to drzewo się znajduje. Po wczytaniu ze standardowego wejścia informacji o numerze rzędu oraz – w drugim wierszu – numeru drzewa w tym rzędzie, program powinien zapisać na standardowym wyjściu odpowiedź w postaci liczby całkowitej. W szczególności w sytuacji, gdy wskazane drzewo nie znajduje się na żadnej granicy podziału sadu, to program powinien zwracać jako odpowiedź liczbę 0.

Przyjmujemy, że dane wprowadzone do programu są zapisane poprawnie, tj. informacja o rzędzie jest liczbą całkowitą od 1 do 7, a informacja o drzewie w rzędzie jest liczbą całkowitą od 1 do 12.

Przykładowe dane

6

3

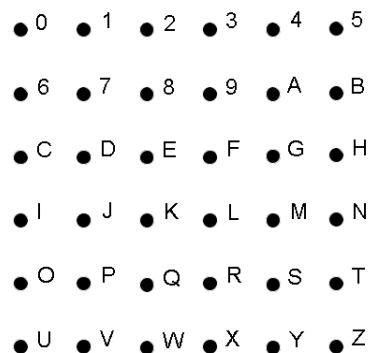
Przykładowy wynik

2

Zadanie P-10. Gra w kwadraty

termin: do 16 grudnia 2021

Napiszcie program, który będzie dla Piotra pomocą w grze w kwadraty w wersji z 36 punktami. Przyjmujemy, że kolejne punkty na kartce są oznaczone jak na rysunku.



Po wczytaniu z klawiatury informacji o liczbie odcinków oraz – w drugim wierszu – informacji o narysowanych odcinkach, program powinien wyświetlić informacje o kwadratach utworzonych przez odcinki. Informacje o odcinkach wprowadzane do programu mają postać napisów dwuznakowych (np. B5 albo 5B), oddzielonych znakiem odstępu. Przyjmujemy, że dane wprowadzone do programu są zapisane poprawnie.

Informacje wyświetlane przez program powinny mieć postać informacji o liczbie kwadratów utworzonych przez odcinki oraz – w kolejnych wierszach – informacji o tych kwadratach, zapisanej w postaci napisów dwuznakowych, gdzie pierwszy znak to oznaczenie górnego lewego wierzchołka kwadratu, a drugi znak to oznaczenie prawego dolnego wierzchołka kwadratu. Najpierw powinny być wyświetlane informacje o kwadratach rozmiarów 1×1 , następnie o kwadratach 2×2 , itd. Tak pogrupowane informacje powinny być wewnętrznie uporządkowane leksykograficznie (alfabetycznie w porządku 0, 1, 2, 3, ..., 9, A, B, C, ..., Z, najpierw względem pierwszego, a potem drugiego znaku): najpierw informacje o kwadratach z wierzchołkiem 0, następnie z wierzchołkiem 1, z wierzchołkiem 2, itd.

Przykładowe dane

15

67 C6 7D 78 8E CD 89 EK

LK LM GM A9 AG EF 9F

*Przykładowy
wynik*

3

6D

8F

8M